



Φροντιστήριο 8

Άσκηση 1

Στοιχείο πλειοψηφίας σε ένα πίνακα $A[1, \dots, n]$ είναι ένα στοιχείο που υπάρχει στον πίνακα περισσότερες από $n/2$ φορές. Να σχεδιάσετε αλγόριθμο ο οποίος να αποφασίζει κατά πόσο ένας πίνακας $A[1, \dots, n]$ περιέχει στοιχείο πλειοψηφίας και, αν ναι, να το βρίσκει και να το επιστρέφει σε χρόνο $O(n)$.

Άσκηση 2

Σας δίνεται ένας πίνακας με n στοιχεία και θετικός ακέραιος k . Να σχεδιάσετε αλγόριθμο ο οποίος να βρίσκει και να επιστρέφει τα k μεγαλύτερα στοιχεία του πίνακα σε χρόνο $O(n)$.

Άσκηση 3

Να προτείνετε δίκτυο σύγκρισης με n γραμμές και το ελάχιστο δυνατό βάθος το οποίο να επιστρέφει στην πρώτη του γραμμή το ελάχιστο στοιχείο και στην τελευταία του γραμμή το μέγιστο στοιχείο από το δεδομένο εισόδου του. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Άσκηση 4

Ορίζουμε τον *αντίστροφο συγκριτή* ως μια "πύλη" η οποία έχει δύο γραμμές εισόδου και δύο γραμμές εξόδου στις οποίες, με δεδομένο εισόδου a , στην πάνω είσοδο, και b , στην κάτω είσοδο, επιστρέφει στην πάνω έξοδο την τιμή $\max(a, b)$ και στην κάτω έξοδο την τιμή $\min(a, b)$. Να δείξετε πως μπορούμε να μετατρέψουμε ένα δίκτυο με κανονικούς και αντίστροφους συγκριτές σε ένα δίκτυο το οποίο περιέχει μόνο κανονικούς συγκριτές. Να αποδείξετε την απάντησή σας.