

- Ενδιάμεση Εξέταση -

Απαντείστε όλα τα θέματα. Τα θέματα είναι ισοδύναμα.
Διάρκεια εξέτασης: Μία ώρα

1. Δίνονται οι πίνακες A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 και A_6 με διαστάσεις που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας	Διαστάσεις
A_1	25×20
A_2	20×10
A_3	10×5
A_4	5×15
A_5	15×35
A_6	35×30

Θέλουμε να βρούμε ένα "τρόπο" υπολογισμού του γινομένου $A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_4 \cdot A_5 \cdot A_6$ ο οποίος ελαχιστοποιεί τον αριθμό των βαθμωτών πολλαπλασιασμών. Χρησιμοποιείτε αλγόριθμο δυναμικού προγραμματισμού που διδάχτηκε στο μάθημα για να βρείτε ένα τέτοιο τρόπο. Δείξτε όλα τα αναλυτικά στάδια της εργασίας σας.

2

Ο I. M. Smart έχει επινοήσει μια παραλλαγή του αλγορίθμου του Strassen για το πρόβλημα του πολλαπλασιασμού πινάκων. Η παραλλαγή αυτή διαφέρει από τον αλγόριθμο του Strassen μόνο κατά το ότι βασίζεται σε μια μέθοδο για τον πολλαπλασιασμό δύο πινάκων 3×3 με m πολλαπλασιασμούς, όπου $m < 27$, ενώ ο αλγόριθμος του Strassen βασίζεται σε μια μέθοδο για τον πολλαπλασιασμό δύο πινάκων 2×2 με 7 πολλαπλασιασμούς, αντί για 8. Σημειώνουμε ότι 27 είναι ο αριθμός των πολλαπλασιασμών που συνεπάγεται ο "προφανής" αλγόριθμος για τον πολλαπλασιασμό δύο πινάκων 3×3 .

[α] Γράψτε μια αναδρομική εξίσωση για τη χρονική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου του I. M. Smart.

[β] Πόσο μικρό οφείλει να είναι το m ώστε ο αλγόριθμος του I. M. Smart να είναι ασυμπτωτικά καλύτερος από τον αλγόριθμο του Strassen; Αποδείξτε αναλυτικά την απάντησή σας.