Τμήμα Πληροφορικής
Άννα Φιλίππου

Σειρά Προβλημάτων 2

Ημερομηνία Παράδοσης: 19/10/18

Άσκηση 1 (24 μονάδες)

Να θεωρήσετε τις προτάσεις (1) – (6) που ακολουθούν και να αποφασίσετε κατά πόσο ισχύουν οι σχέσεις στον πίνακα που αφορούν τις προτάσεις. Αν μια πρόταση ισχύει να το αποδείξετε χρησιμοποιώντας τη σημασιολογία του Τάρσκι, διαφορετικά να παρουσιάστε μοντέλο στο οποίο η σχέση να είναι ψευδής.

(1) $\forall x \forall y\, Q(x,y)$

(2) $\exists x \forall y\, Q(x,y)$

(3) $\forall x\, (P(x) \vee R(x))$

(4) $\forall x\, P(x) \vee \forall x\, R(x)$

(5) $\forall x\, (P(x) \vee \forall y\, Q(x,y))$

(6) $\forall x\, P(x) \vee \forall x \forall y\, Q(x,y))$

$(1) \rightarrow (2)$
$(2) \rightarrow (1)$
$(3) \rightarrow (4)$
$(4) \rightarrow (3)$
$(5) \rightarrow (6)$
$(6) \rightarrow (5)$

Άσκηση 2 (40 μονάδες)

Να αποδείξετε τα πιο κάτω λογικά επακόλουθα του κατηγορηματικού λογισμού.

(α) $\exists x\, \phi \rightarrow \psi \vdash \forall x\, (\phi \rightarrow \psi)$, όπου το x δεν εμφανίζεται ελεύθερο στην πρόταση ψ

(β) $\exists x\, (\neg P(x) \vee Q(x)) \vdash \exists x\, \neg(P(x) \wedge \neg Q(x))$

(γ) $\forall x \forall y\, [\neg(x = y) \rightarrow (P(x,y) \vee P(y,x))]$, $\forall x \forall y \forall z\, [P(x,y) \wedge P(y,z) \rightarrow P(x,z)]$, $\forall x\, \neg P(x,x)$

$$\vdash \forall x \forall y\, \neg[P(x,y) \wedge P(y,x)]$$

(δ) $\forall x\, f(f(f(x))) = f(f(x))$, $\forall x \forall y\, ((y = f(x) \rightarrow (f(y) = x))) \vdash \forall x\, (x = f(x))$

(ε) $\forall x\, [\neg S(x) \rightarrow (\neg Q(x) \vee R(x))]$, $\exists x[\, R(x) \vee \neg S(x)] \vdash \forall x\, (P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow \exists y\, R(y)$

Άσκηση 3 (16 μονάδες)

Θεωρήστε την πιο κάτω γλώσσα Κατηγορηματικού Λογισμού

- Σταθερές: 0
- Συναρτήσεις: s(x) *[Εξήγηση: Για x ακέραιο, το s(x) αναπαριστά τον ακέραιο x+1]*
- Κατηγορήματα: Sum, Product, όπου
  - Sum(x,y,z) αν $z = x + y$
  - Product(x,y,z) αν $z = x \cdot y$

Επιπρόσθετα, θεωρήστε τα πιο κάτω αξιώματα

A1: $\forall x\, Sum(x,0,x)$ *[Εξήγηση: x+0 = x]*

A2: $\forall x \forall y \forall z\, [\, Sum(x,y,z) \rightarrow Sum(x,s(y),s(z))\,]$ *[Εξήγηση: Αν x+y = z τότε x + (y+1) = (z+1)]*

A3: $\forall$x Product(x,0,0) *[Εξήγηση: x·0 = 0]*

A4: $\forall$x$\forall$y$\forall$z$\forall$w [(Product(x,y,w) $\wedge$ Sum(x,w,z)) $\rightarrow$ Product(x,s(y),z)]

[Εξήγηση: Αν x·y = w και x+w = z τότε x·(y+1) = z]

Χρησιμοποιήστε τη μέθοδο της SLD επίλυσης να αποδείξετε ότι αν ισχύουν τα αξιώματα Α1 – Α4 τότε ισχύει και το συμπέρασμα $\exists$x Product(x,x,s(0)) και να δώσετε τη σχετική αντικατάσταση ορθής απάντησης.

<u>Άσκηση 4 (20 μονάδες)</u>

Το Minesweeper είναι ένα παιχνίδι υπολογιστή για έναν παίκτη που εφευρέθηκε από τον Robert Donner το 1989. Στόχος του παιχνιδιού είναι να καθαρίσει ένα ναρκοπέδιο χωρίς να εκραγεί καμιά νάρκη. Η οθόνη του παιχνιδιού αποτελείται από μια ορθογώνια σχάρα τετραγώνων. Κάθε τετράγωνο μπορεί να αποκαλυφθεί κάνοντας κλικ σε αυτό. Αν ο παίκτης επιλέξει ένα τετράγωνο το οποίο περιέχει μία νάρκη το παιχνίδι τελειώνει. Εάν το τετράγωνο δεν περιέχει νάρκη τότε υπάρχουν δύο περιπτώσεις: (1) Εμφανίζεται ένας αριθμός μεταξύ 1 και 8 που υποδεικνύει τον αριθμό γειτονικών (συμπεριλαμβανομένων διαγωνίως παρακείμενων) τετραγώνων που περιέχουν νάρκες, ή (2) δεν εμφανίζεται κανένας αριθμός, στην οποία περίπτωση δεν υπάρχουν νάρκες στα γειτονικά τετράγωνα. Ένα παράδειγμα της κατάστασης παιχνιδιού παρέχεται στο παρακάτω σχήμα:

Στην άσκηση αυτή σας ζητείται να προτείνετε μια γλώσσα κατηγορηματικού λογισμού που επιτρέπει τον χαρακτηρισμό μιας κατάστασης του παιχνιδιού.

Να χρησιμοποιήσετε τη γλώσσα σας για να δηλώσετε τα πιο κάτω:

1. Υπάρχουν ακριβώς n νάρκες στο ναρκοπέδιο

2. Εάν ένα κελί περιέχει τον αριθμό 1, τότε υπάρχει ακριβώς μία νάρκη στα γειτονικά τετράγωνα.

3. Χρησιμοποιώντας τη γλώσσα σας να περιγράψετε την κατάσταση του παιχνιδιού από το πιο πάνω σχήμα και να αποδείξετε ότι στο κελί (3,3) υπάρχει μια νάρκη. (Θεωρήστε ότι το κελί (1,1) είναι το κελί πάνω και αριστερά.)

[Εισήγηση: Χρησιμοποιήστε το κατηγόρημα Adj(x,y) για να δηλώσετε το γεγονός ότι τα κελιά x και y είναι γειτονικά.]