

Σειρά Προβλημάτων 4

Ημερομηνία Παράδοσης: 15/11/18

Άσκηση 1 (14 μονάδες)

Θεωρήστε μια μηχανή πώλησης καφέ η οποία εξυπηρετεί ένα σύνολο από φοιτητές και καθηγητές. Χρησιμοποιώντας τις ατομικές προτάσεις

empty: το απόθεμα του καφέ έχει εξαντληθεί

recharge: η μηχανή γεμίζει με καφέ

make.drink: η μηχανή παρασκευάζει ένα ποτό (καφέ)

s_at.machine: κάποιος φοιτητής βρίσκεται στη μηχανή

p_at.machine: κάποιος καθηγητής βρίσκεται στη μηχανή

s_forget: κάποιος φοιτητής ξεχνά τον καφέ του στη μηχανή

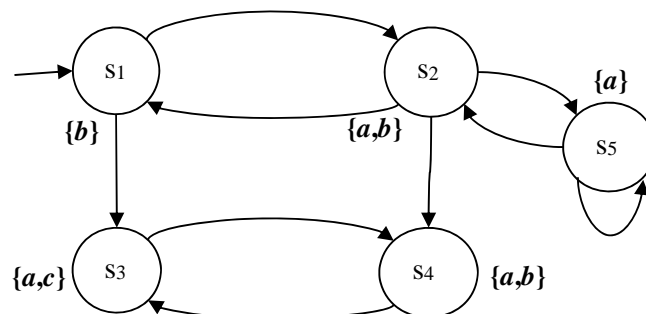
p_forget: κάποιος καθηγητής ξεχνά τον καφέ του στη μηχανή

να διατυπώσετε τις πιο κάτω ιδιότητες στη χρονική λογική LTL όπου αυτό είναι εφικτό.

- (i) Το απόθεμα του καφέ αναπόφευκτα κάποτε θα εξαντληθεί.
- (ii) Αν το απόθεμα του καφέ εξαντληθεί θα ξαναγεμίσει μέσα σε δύο μονάδες χρόνου (δύο βήματα).
- (iii) Ένας φοιτητής δεν ξεχνά ποτέ τον καφέ του στη μηχανή.
- (iv) Είναι δυνατό κάποιος καθηγητής να ξεχάσει τον καφέ του στη μηχανή.
- (v) Από τη στιγμή που κάποιος καθηγητής φτάσει στη μηχανή δεν θα εμφανιστεί κανένας φοιτητής μέχρις ότου ο καθηγητής να μην βρίσκεται πια στη μηχανή.
- (vi) Δεν είναι δυνατόν από τη στιγμή που η μηχανή γεμίσει με καφέ το απόθεμα του καφέ να εξαντληθεί πριν παραχθούν τουλάχιστον δύο ποτά.
- (vii) Η μηχανή θα παρασκευάσει ένα ποτό μόνο εάν προηγουμένως βρεθεί στη μηχανή κάποιος φοιτητής ή κάποιος καθηγητής.

Άσκηση 2 (18 μονάδες)

Θεωρήστε την ακόλουθη δομή Kripke.



Για κάθε μια από τις πιο κάτω ιδιότητες να αποφασίσετε (1) κατά πόσο υπάρχει μονοπάτι που να ικανοποιεί την ιδιότητα και, αν ναι, να επιδείξετε ένα τέτοιο μονοπάτι, και (2) κατά πόσο η δομή ικανοποιεί την ιδιότητα.

- | | |
|---|--|
| (i) $\mathbf{F G a}$ | (ii) $\mathbf{G F a}$ |
| (iii) $\mathbf{F G \neg b \rightarrow X F c}$ | (iv) $\mathbf{X (a \wedge \neg b) \rightarrow G (a U c)}$ |
| (v) $\mathbf{G F b \rightarrow F G a}$ | (vi) $\mathbf{G [(b \wedge c) \rightarrow \neg F(a \wedge \neg b)] \vee F(a \wedge \neg b)}$ |

Άσκηση 3 (24 μονάδες)

Να ελέγξετε ποιες από τις πιο κάτω ιδιότητες αποτελούν ταυτολογίες χρησιμοποιώντας τη σημασιολογία της LTL δίνοντας είτε απόδειξη της συνεπαγωγής είτε κάποιο αντιπαράδειγμα δομής Kripke στην οποία να μην ικανοποιείται η ιδιότητα.

- i. $(G \phi \rightarrow F \psi) \rightarrow [\phi U (\psi \vee \neg \phi)]$ ii. $(GF \phi \rightarrow GF \psi) \rightarrow G(\phi \rightarrow F \psi)$
iii. $GG(\phi \vee \neg \psi) \rightarrow \neg F(\neg \phi \wedge \psi)$ iv. $(GF \phi \rightarrow GF \psi) \rightarrow GF(\phi \rightarrow \psi)$

Άσκηση 4 (15 μονάδες)

Θεωρήστε τη δομή Kripke από την Άσκηση 2. Να αποφασίσετε κατά πόσο οι πιο κάτω CTL ιδιότητες ικανοποιούνται από τη δομή. Να εξηγήσετε τις απαντήσεις σας χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο μοντελοελέγχου της CTL.

- i. $EG[(b \vee c) \wedge EFAG b]$
ii. $[a \rightarrow EGEXA(b U c)] \vee [a \wedge AXA(a U b)]$
iii. $EX(a \wedge \neg b) \wedge EXA(b U (AG a))$

Άσκηση 5 (14 μονάδες)

Δύο ιδιότητες ϕ και ψ είναι ισοδύναμες μεταξύ τους, $\phi \equiv \psi$, αν για κάθε δομή Kripke M , $M \models \phi$ αν και μόνο αν $M \models \psi$. Να αποφασίσετε ποια από τα πιο κάτω ζεύγη προτάσεων περιέχουν ισοδύναμες προτάσεις. Αν δύο προτάσεις είναι ισοδύναμες να δώσετε απόδειξη χρησιμοποιώντας τη σημασιολογία, διαφορετικά, να παρουσιάσετε δομή Kripke στην οποία να ικανοποιείται η μία ιδιότητα αλλά όχι η άλλη.

- i. $EG q \vee (EG p \wedge EF q) \equiv E(p U q)$
ii. $A(p U q) \equiv \neg E[(\neg q U (\neg p \wedge \neg q))] \wedge AF p$

Άσκηση 6 (15 μονάδες)

Να δείξετε ότι τα πιο κάτω ζεύγη προτάσεων ιδιοτήτων LTL και CTL δεν είναι ισοδύναμα, αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας με ακρίβεια.

- i. $FG p$ και $AFAG p$
ii. $FX p$ και $AFAX p$
iii. $G p \vee G q$ και $AG p \vee AG q$