

Σειρά Προβλημάτων 4
Ημερομηνία Παράδοσης: 3/12/18

Άσκηση 1 (9 μονάδες)

Να αποφασίσετε κατά πόσο οι πιο κάτω προδιαγραφές είναι ορθές σύμφωνα με την έννοια της μερικής ορθότητας και την έννοια της ολικής ορθότητας. Να αιτιολογήσετε σύντομα τις απαντήσεις σας (δεν είναι απαραίτητο να κατασκευάσετε αποδείξεις με τους κανόνες). Η εντολή `skip` είναι μια εντολή η οποία δεν εκτελεί τίποτα και ικανοποιεί τον κανόνα $\{\phi\} \text{ skip } \{\phi\}$.

(α) $\{x = 12 \wedge y = 7\} \text{ skip } \{z = 12\}$

(β) $\{x > 6 \wedge y > 3\} \text{ if } x > y \text{ } x := y; \text{ else } y := x \{3 < x < 6\}$

(γ) $\{x \geq 28 \wedge y > 1\} \text{ while } (x \neq y) \text{ } x := x+1 \{x = y\}$

Άσκηση 2 (30 μονάδες)

Να αποδείξετε την ορθότητα των πιο κάτω προδιαγραφών (ολική ορθότητα).

(α) $|\text{=}_{\text{tot}} \{x \geq 0\} P \{y = x!\}$ όπου ο κώδικας του P δίνεται πιο κάτω.

```
a := x;  
y := 1;  
while (a > 0){  
  y := y * a;  
  a := a - 1;  
}
```

(β) $|\text{=}_{\text{tot}} \{n \geq 1\} C \{m=p \cdot q, p = \max \{A[i] \mid 0 \leq i < n\}, q = \min \{A[i] \mid 0 \leq i < n\}\}$ όπου ο κώδικας του C δίνεται πιο κάτω.

```
p := A[0];  
q := A[0];  
i := 0;  
while (i < n){  
  if (A[i] > p)  
    p := A[i];  
  else  
    if (A[i] < q)  
      q := A[i];  
  else  
    skip;  
  i++;  
}  
m := p*q;
```

Άσκηση 3 (11 μονάδες)

Θέλουμε να προσθέσουμε στη γλώσσα WHILE (διαφάνεια 9-5), εντολές της μορφής:

case B of $\{1:C_1; 2:C_2; \dots; n:C_n\}$

Οι εντολές αυτές εκτελούνται ως εξής:

- (1) Πρώτα υπολογίζεται η έκφραση B για να δώσει μια τιμή x.
- (2) Αν το $x = i, 1 \leq i \leq n$, τότε εκτελείται η εντολή C_i .

(3) Διαφορετικά, η εντολή δεν εκτελεί καμιά ενέργεια και η ροή του προγράμματος προχωρεί στην επόμενη εντολή (αν υπάρχει).

(α) Θεωρήστε τον πιο κάτω κανόνα για την εντολή.

$$\frac{\{\varphi \wedge B = 1\}C_1\{\psi\} \dots \{\varphi \wedge B = n\}C_n\{\psi\}}{\{\varphi\} \text{ case } B \text{ of } \{1: C_1; \dots; n: C_n\}\{\psi\}}$$

Να εξηγήσετε γιατί ο κανόνας αυτός είναι λανθασμένος.

(β) Να προτείνετε διορθωμένη εκδοχή του πιο κανόνα από το μέρος (α) και να την χρησιμοποιήσετε για να αποδείξετε την ορθότητα της πιο κάτω προδιαγραφής.

$$\{1 \leq x \wedge x \leq 3\} \text{ case } x \text{ of } \{1: y:= x - 1; 2: y:= x - 2; 3: y:= x - 3\} \quad \{y = 0\}$$

Άσκηση 4 (14 μονάδες)

Θεωρήστε το μοντέλο Kripke $M=(W, R, L)$, όπου

$$W = \{a, b, c, d, e\}$$

$$R = \{(a, c), (a, e), (b, a), (b, c), (d, e), (e, a)\}, \text{ και}$$

$$L(a) = \{p\}, L(b) = \{p, q\}, L(c) = \{p, q\}, L(d) = \{q\} \text{ και } L(e) = \{ \}.$$

(α) Να παρουσιάσετε το μοντέλο M γραφικά.

(β) Για κάθε μια από τις πιο κάτω ιδιότητες να αποφασίσετε κατά πόσο υπάρχει κόσμος του μοντέλου M που να τις ικανοποιεί.

i. $\Box \neg p \wedge \Box \Box \neg p$

iv. $\Diamond (p \vee \Diamond q)$

ii. $\Diamond q \wedge \neg \Box q$

v. $\Box p \vee \Box \neg p$

iii. $\Diamond p \vee \Diamond q$

vi. $\Box (p \vee \neg p)$

Άσκηση 5 (16 μονάδες)

Να δείξετε ότι οι πιο κάτω προτάσεις του βασικού τροπικού λογισμού είναι έγκυρες.

(α) $\Diamond (\phi \vee \psi) \leftrightarrow (\Diamond \phi \vee \Diamond \psi)$

(β) $\Diamond T \rightarrow (\Box \phi \rightarrow \Diamond \phi)$

Άσκηση 6 (20 μονάδες)

Να αποδείξετε τα πιο κάτω λογικά επακόλουθα του Τροπικού Λογισμού KT45.

(α) $\Box (\Box p \rightarrow \Box q) \vee \Box (\Box q \rightarrow \Box p)$

(β) $\Box (\Diamond p \rightarrow q) \leftrightarrow \Box (p \rightarrow \Box q)$