ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

ΕΠΛ 412: Λογική στην Πληροφορική

Ενδιάμεση Εξέταση

Ημερομηνία : Σάββατο, 27 Οκτωβρίου 2012
Διάρκεια : 11:00 – 13:00
Διδάσκουσα : Άννα Φιλίππου

Οδηγίες: Να διαβάσετε προσεχτικά και να απαντήσετε σε όλες τις ερωτήσεις. Να γράψετε τις απαντήσεις σας (καθαρά) στο εξεταστικό δοκίμιο. Ο άριστος βαθμός της εξέτασης είναι 100.

Καλή Επιτυχία!

<u>Άσκηση 1</u> [25 μονάδες]

Να αποδείξετε τα πιο κάτω λογικά επακόλουθα χρησιμοποιώντας τα συστήματα κανόνων του Προτασιακού Λογισμού (μέρος (α)) και του Κατηγορηματικού Λογισμού (μέρος (β)).

(α) **[10 μονάδες]** $p \vee q, p \vee r, q \vee r \vdash (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$

(β) **[15 μονάδες]** $\exists x[F(x) \wedge \forall y\,(S(y) \rightarrow R(x,y))] \vdash \forall x\,[S(x) \rightarrow \exists y\,(F(y) \wedge R(y,x))]$

<u>Άσκηση 2</u> [25 μονάδες]

Θεωρήστε το λογικό επακόλουθο

$$\exists x\, R(x,x),\ \forall x \forall y\, [(R(x, y) \wedge R(y, y)) \rightarrow x = y] \vdash \exists x \forall y\, (R(y,y) \rightarrow x = y)$$

(α) **[4 μονάδες]** Η απόδειξη που ακολουθεί για το λογικό επακόλουθο είναι λανθασμένη. Να εντοπίσετε όλα τα σημεία/γραμμές της απόδειξης που περιέχουν λάθη και να εξηγήσετε σύντομα γιατί είναι λανθασμένα.

1.	$\exists x\, R(x,x)$	προϋπόθεση
2.	a $\quad R(a,a)$	υπόθεση
3.	$R(a,a) \wedge R(a,a)$	$\wedge$ i 2, 2
4.	$\forall x \forall y\, [(R(x, y) \wedge R(y, y)) \rightarrow x = y]$	προϋπόθεση
5.	$\forall y(R(a, y) \wedge R(y, y) \rightarrow a = y)$	$\forall x$ e 4
6.	$R(a, a) \wedge R(a, a) \rightarrow a = a$	$\forall y$ e 5
7.	$a = a$	MP 3, 6
8.	$R(a, a) \rightarrow a = a$	$\rightarrow$ i 2, 7
9.	$\forall y\, R(y, y) \rightarrow a = y$	$\forall y$ i 8
10.	$\exists x \forall y\, R(y, y) \rightarrow x = y$	$\exists x$ i 9
11.	$\exists x \forall y\, (R(y,y) \rightarrow x = y)$	$\exists x$ e 1 2-10

(β) Να αποδείξετε με ακρίβεια ότι το πιο κάτω λογικό επακόλουθο είναι ψευδές:

$$\exists x\, R(x,x),\ \forall x \forall y\, [(R(x, y) \wedge R(y, y)) \rightarrow x = y] \vdash \exists x \forall y\, (R(y,y) \rightarrow x = y)$$

(γ) Να δείξετε ότι η πρόταση

$$[\exists x\, R(x,x) \wedge \forall x \forall y\, ((R(x, y) \wedge R(y, y)) \rightarrow x = y)\,] \rightarrow \exists x \forall y\, (R(y,y) \rightarrow x = y)$$

είναι ικανοποιήσιμη.

(δ) [9 μονάδες] Να αποδείξετε ότι ισχύει η πιο κάτω σημασιολογική συνεπαγωγή χρησιμοποιώντας τη σημασιολογία του Κατηγορηματικού Λογισμού (Αλήθεια του Tarski):

$$P(a) \wedge Q(c),\ \forall x\, (P(x) \rightarrow R(x,a)) \vDash \exists y\, R(y,y) \vee \neg \exists z\, Q(z)$$

<u>Άσκηση 3</u> [25 μονάδες]

(α) **[10 μονάδες]** Να μετατρέψετε τις πιο κάτω προτάσεις σε προτασιακή μορφή επιδεικνύοντας όλα τα ενδιάμεσα στάδια της εργασίας σας.

(i) $\forall y\, [((\forall x\, P(x,y)) \to Q(y,z)) \wedge \exists w \forall x\, \neg(R(x,w) \vee Q(x,y))]$

(ii) $\neg[\forall x\, \exists y\, P(x,y) \to \exists x\, \exists y\, R(x,y)] \vee \forall x\, (\neg\exists y\, Q(x,y))$

(β) **[15 μονάδες]** Να αποδείξετε με τη Μέθοδο της Επίλυσης ότι αν ισχύουν οι προτάσεις

$$\forall x\, \forall y\, \forall z\, [\, (p(x,y) \wedge\, p(y,z)) \to p(x,z)\,]$$

$$\forall x\, \forall y\, [\, p(x,y) \to\, p(y,x)\,]$$

τότε ισχύει και το πιο κάτω συμπέρασμα:

$$\forall x\, \forall y\, \forall z\, [\, (p(x,y) \wedge\, p(z,y)] \to p(x,z)\,]$$

<u>Άσκηση 4</u> [25 μονάδες]

Θεωρείστε το πιο κάτω πρόγραμμα λογικού προγραμματισμού (οι γραμμές εμφανίζονται αριθμημένες).

```
1.    προαπ(ΕΠΛ131,ΕΠΛ132)
2.    προαπ(ΕΠΛ132,ΕΠΛ231)
3.    προαπ(ΕΠΛ111,ΕΠΛ231)
4.    προαπ(ΕΠΛ111,ΕΠΛ211)
5.    προαπ(ΕΠΛ231,ΕΠΛ342)
6.    προαπ(ΕΠΛ231,ΕΠΛ323)
7.    προαπ(ΕΠΛ211,ΕΠΛ323)
8.    αλυσίδα(x, x, [x])
9.    αλυσίδα(x, y, x:xs) ← προαπ(x,w), αλυσίδα(w,y,xs)
10.   ← αλυσίδα(ΕΠΛ111, ΕΠΛ342, [X,Y,Z])
```

Η βάση δεδομένων '`προαπ`' περιγράφει τη σχέση προαπαιτούμενων που υπάρχει ανάμεσα σε ένα σύνολο από μαθήματα (π.χ. Το μάθημα ΕΠΛ131 είναι προαπαιτούμενο για το ΕΠΛ132), ενώ η διαδικασία 'αλυσίδα' είναι σε θέση να υπολογίσει αλυσίδες ανάμεσα σε μαθήματα.

Για παράδειγμα, ισχύει ότι `αλυσίδα(ΕΠΛ131, ΕΠΛ231, [ΕΠΛ131,ΕΠΛ132,ΕΠΛ231])` αφού η λίστα [ΕΠΛ131,ΕΠΛ132,ΕΠΛ231] αποτελεί αλυσίδα μαθημάτων ανάμεσα στα ΕΠΛ131 και ΕΠΛ231.

(Υπενθύμιση: Αν $xs = [x_1, \ldots, x_n]$, τότε γράφουμε $x_0{:}xs$ για τη λίστα $[x_0,x_1,\ldots,x_n]$. Για παράδειγμα, $a{:}[b,c] = [a,b,c]$ και $c{:}[\,] = [c]$.)

(α) **[10 μονάδες]** Να εφαρμόσετε τη μέθοδο της SLD-επίλυσης για να φτάσετε σε διάψευση του στόχου που βρίσκεται στη γραμμή 10 του προγράμματος.

(β) **[3 μονάδες]** Ποια αντικατάσταση ορθής απάντησης προέκυψε κατά την εκτέλεση του προγράμματος στο μέρος (α);

(γ) **[12 μονάδες]** Θεωρήστε τώρα την πιο κάτω παραλλαγή του προγράμματος από το μέρος (α).

```
1.    προαπ(ΕΠΛ131,ΕΠΛ132)
2.    προαπ(ΕΠΛ132,ΕΠΛ231)
3.    προαπ(ΕΠΛ111,ΕΠΛ231)
4.    προαπ(ΕΠΛ111,ΕΠΛ211)
5.    προαπ(ΕΠΛ231,ΕΠΛ342)
6.    προαπ(ΕΠΛ231,ΕΠΛ323)
7.    προαπ(ΕΠΛ211,ΕΠΛ323)
8.    αλυσίδα(x, x, [x])
9.    αλυσίδα(x, y, x:xs) ← προαπ(x,w), αλυσίδα(w,y,xs)
10.   ← αλυσίδα(ΕΠΛ111, ΕΠΛ323, Z)
```

Να παρουσιάσετε εκτελέσεις του προγράμματος οι οποίες να επιδεικνύουν κάθε ένα από τα πιο κάτω φαινόμενα:

(1) Διαφορετικές εκτελέσεις ενός προγράμματος δυνατόν να εμφανίσουν διαφορετικές διαψεύσεις/αντικαταστάσεις ορθής απάντησης για τον στόχο του προγράμματος.

(2) Δυνατόν να υπάρχουν εκτελέσεις οι οποίες αποτυγχάνουν να τερματίσουν ακόμη και αν υπάρχει διάψευση.