

## Ασκήσεις Επανάληψης

### Άσκηση 1

Να αποφασίσετε κατά πόσο τα πιο κάτω λογικά επακόλουθα είναι ορθά. Όσα είναι ορθά να τα αποδείξετε, διαφορετικά να δώσετε σχετική ανάθεση λογικών τιμών ή ερμηνεία.

- (α)  $\vdash (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B))$   
(β)  $\vdash (\forall x(P(x) \rightarrow \neg Q(x))) \rightarrow ((\forall x Q(x)) \rightarrow (\forall x \neg P(x)))$   
(γ)  $\forall x(P(x) \rightarrow R(x)), \neg \exists x(\neg R(x) \wedge Q(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee Q(x) \rightarrow R(x))$   
(δ)  $\exists x(\neg P(x) \wedge \neg Q(x)) \vdash \exists x(\neg (P(x) \wedge Q(x)))$

### Άσκηση 2

Έστω η πρόταση  $\phi = \forall x \forall y Q(g(x,y), g(y,y), z)$ . Να εντοπίσετε ερμηνείες  $M$  και  $M'$  και σχετικές απονομές  $s$  και  $s'$  ώστε  $M \models_s \phi$  και  $M' \not\models_{s'} \phi$ .

### Άσκηση 3

Να διατυπώσετε τις πιο κάτω προτάσεις στον Κατηγορηματικό Λογισμό και να χρησιμοποιήσετε τη Μέθοδο της Επίλυσης για να δείξετε ότι η τέταρτη πρόταση είναι συνέπεια των προτάσεων 1-3.

1. Αν ένας κύβος βρίσκεται πάνω σε κάποιο άλλο κύβο τότε δεν βρίσκεται πάνω στο τραπέζι.
2. Κάθε κύβος βρίσκεται είτε πάνω στο τραπέζι είτε πάνω σε κάποιο άλλο κύβο.
3. Κανένας κύβος δεν βρίσκεται πάνω σε κάποιο κύβο ο οποίος βρίσκεται επίσης πάνω σε κάποιο κύβο.
4. Αν κάποιος κύβος βρίσκεται πάνω σε κάποιο άλλο κύβο τότε ο δεύτερος κύβος βρίσκεται πάνω στο τραπέζι.

### Άσκηση 4

Να ελέγξετε ποιες από τις πιο κάτω ιδιότητες αποτελούν ταυτολογίες δίνοντας είτε απόδειξη της συνεπαγωγής είτε κάποιο αντιπαράδειγμα.

- (α)  $FX p \leftrightarrow XF p$  (β)  $AF AX p \leftrightarrow AX AF p$   
(γ)  $EG (\phi \vee \psi) \leftrightarrow EG \phi \vee EG \psi$  (δ)  $AG \phi \wedge AG \psi \leftrightarrow AG (\phi \wedge \psi)$

### Άσκηση 5

Να αποδείξετε την ορθότητα της προδιαγραφής  $\models_{\text{tot}} \{x \geq 0\} P \{y=x!\}$  όπου ο κώδικας του  $P$  δίνεται πιο κάτω.

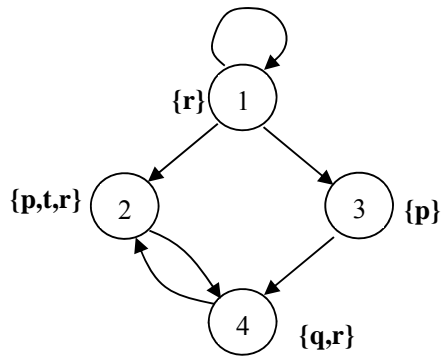
```
a := x;  
y := 1;  
while (a > 0){  
  y := y*a;  
  a := a-1;  
}
```

### Άσκηση 6

α) Να αποφασίσετε σε ποιες καταστάσεις της δομής Kripke που ακολουθεί ικανοποιείται κάθε μια από τις πιο κάτω CTL ιδιότητες εξηγώντας σύντομα τις απαντήσεις σας.

- (i)  $\neg p \rightarrow r$   
(ii)  $\neg \mathbf{EG} r$   
(iii)  $\mathbf{E} (t \mathbf{U} q)$

- (iv)  $\mathbf{AF} q$   
(v)  $\mathbf{EF} \mathbf{E}(p \mathbf{U} \mathbf{EG} (q \rightarrow r))$



(β) Να εφαρμόσετε τον αλγόριθμο μοντελοελέγχου για να ελέγξετε κατά πόσο η κατάσταση 1 της πιο πάνω δομής ικανοποιεί την ιδιότητα

$$\mathbf{E}(r \mathbf{U} q) \wedge \mathbf{EF} \mathbf{E}(p \mathbf{U} \mathbf{AG} (q \rightarrow r))$$

### Άσκηση 7

Θεωρήστε 3 Δειπνούντες Φιλόσοφους και τις ακόλουθες ατομικές προτάσεις.

- $l_i$ : ο φιλόσοφος  $i$  κρατά το πιρούνι στα αριστερά του  
 $r_i$ : ο φιλόσοφος  $i$  κρατά το πιρούνι στα δεξιά του  
 $eat_i$ : ο φιλόσοφος  $i$  τρώει  
 $hungry_i$ : ο φιλόσοφος  $i$  πεινά  
 $think_i$ : ο φιλόσοφος  $i$  σκέφτεται

Να διατυπώσετε τις πιο κάτω ιδιότητες στη CTL.

- (α) Κανένα πιρούνι δεν χρησιμοποιείται ποτέ από περισσότερους από ένα φιλόσοφους.  
(β) Ο φιλόσοφος 2 θα φάει τουλάχιστον μια φορά.  
(γ) Αν κάποιος φιλόσοφος πεινάσει στο μέλλον θα φάει.  
(δ) Ο φιλόσοφος 1 θα φάει ακριβώς μια φορά.  
(ε) Αν κάποιος φιλόσοφος κρατάει το πιρούνι στα αριστερά του τότε δεν θα το αφήσει παρά μόνο όταν φάει.  
(ζ) Ένας φιλόσοφος σκέφτεται μόνο όταν δεν κρατάει κανένα πιρούνι.  
(η) Ανάμεσα σε οποιαδήποτε δύο γεύματα του φιλόσοφου 2 θα πρέπει να γευματίσει και ο φιλόσοφος 3.