

Φροντιστήριο 10 – Λύσεις Ασκήσεων

Άσκηση 1

(α) Δείχνουμε ότι $\models_{\text{par}} \{x > 0\} y := x+1 \{y > 1\}$ ως εξής:

$\{x > 0\}$	
$\{x + 1 > 1\}$	Συνεπαγωγή
$y := x+1$	
$\{y > 1\}$	Κανόνας Ανάθεσης

(β) Δείχνουμε ότι $\models_{\text{par}} \{\text{true}\} y := x; y := x + x + y \{y = 3x\}$ ως εξής:

$\{\text{true}\}$	
$\{x + x + x = 3x\}$	Συνεπαγωγή
$y := x;$	
$\{x + x + y = 3x\}$	Κανόνας Ανάθεσης
$y := x + x + y$	
$\{y = 3x\}$	Κανόνας Ανάθεσης

(γ) Δείχνουμε ότι $\models_{\text{par}} \{x > 1\} a := 1; y := x; y := y-a \{y > 0 \wedge x > y\}$ ως εξής:

$\{x > 1\}$	
$\{x - 1 > 0 \wedge x > x - 1\}$	Συνεπαγωγή
$a := 1;$	
$\{x - a > 0 \wedge x > x - a\}$	Κανόνας Ανάθεσης
$y := x;$	
$\{y - a > 0 \wedge x > y - a\}$	Κανόνας Ανάθεσης
$y := y - a$	
$\{y > 0 \wedge x > y\}$	Κανόνας Ανάθεσης

Άσκηση 2

$\{\text{true}\}$	
$\{[x > y \rightarrow y = \min(x,y)] \wedge [\neg(x > y) \rightarrow x = \min(x,y)]\}$	Συνεπαγωγή
$\text{if } (x > y)$	
$\{y = \min(x,y)\}$	Προσυνθήκη if
$z := y;$	
$\{z = \min(x,y)\}$	Κανόνας Ανάθεσης
else	
$\{x = \min(x,y)\}$	Προσυνθήκη else
$z := x;$	
$\{z = \min(x,y)\}$	Κανόνας Ανάθεσης
$\{z = \min(x,y)\}$	Κανόνας if

Άσκηση 3

Παρατηρούμε ότι η αμετάβλητη συνθήκη του βρόχου είναι η “ $z = x \cdot a$ ”. Βάσει αυτού η απόδειξη έχει ως εξής:

$\{y \geq 0\}$	
$\{0 = x \cdot 0\}$	Κανόνας Ενδυνάμωσης Προσυνθήκης
$a := 0;$	
$\{0 = x \cdot a\}$	Αξίωμα Ανάθεσης
$z := 0;$	
$\{z = x \cdot a\}$	Αξίωμα Ανάθεσης
$\text{while } (a \neq y)\{$	
$\{z = x \cdot a \wedge a \neq y\}$	Αμετάβλητη συνθήκη και Φρουρός
$\{z + x = x \cdot (a + 1)\}$	Κανόνας Ενδυνάμωσης Προσυνθήκης
$z := z + x;$	
$\{z = x \cdot (a + 1)\}$	Αξίωμα Ανάθεσης
$a := a + 1;$	
$\{z = x \cdot a\}$	Αξίωμα Ανάθεσης
$\}$	
$\{z = x \cdot a \wedge a = y\}$	Κανόνας while
$\{z = x \cdot y\}$	Κανόνας Αποδυνάμωσης Μετασυνθήκης

Άσκηση 4

Η εντολή $\text{for}(C_1; B; C_2) \{C_3\}$ μπορεί να διατυπωθεί ως:

```

C1;
while B{
    C3;
    C2;
}

```

Η πιο πάνω ισοδυναμία μας επιτρέπει να προτείνουμε κανόνα για την ανάλυση προδιαγραφών για την εντολή for ως εξής:

$$\frac{\{\psi\} C_1 \{\varphi\}, \{\varphi \wedge B\} C_3; C_2 \{\varphi\}}{\{\psi\} \text{for}(C_1; B; C_2) \{C_3\} \{\varphi \wedge \neg B\}} \quad \text{for - loop}$$