

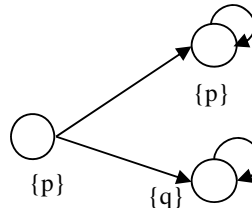
## Φροντιστήριο 9 – Λύσεις Ασκήσεων

### Άσκηση 1

- i.  $AG (\neg stop \rightarrow \neg open)$
- ii.  $EG (\neg at_1)$
- iii.  $AG [\wedge_i ( (pressup_i \vee pressdown_i \vee press_i) \rightarrow AF (at_i \wedge stop) ) ]$
- iv.  $AG [pressdown_n \rightarrow AX A (go\_up \cup (at_n \wedge stop))]$

### Άσκηση 2

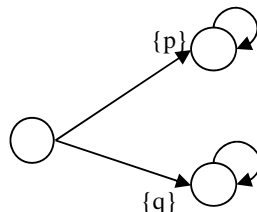
- i. Η πρόταση δεν αποτελεί ταυτολογία και αυτό φαίνεται από το πιο κάτω αντιπαράδειγμα:



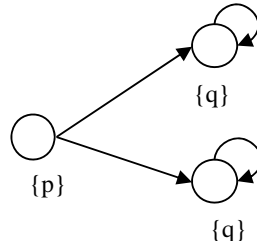
- ii. Η πρόταση  $AF p \vee AF q \rightarrow AF (p \vee q)$  αποτελεί ταυτολογία. Απόδειξη:

$$\begin{aligned}
 & M, s \models AF p \vee AF q \\
 \Leftrightarrow & M, s \models AF p \quad \text{ή} \quad M, s \models AF q \\
 \Leftrightarrow & M, \omega \models F p \quad \text{για κάθε μονοπάτι } \omega \text{ το οποίο ξεκινά από την κατάσταση } s \\
 & \quad \text{ή} \\
 & M, \omega \models F q \quad \text{για κάθε μονοπάτι } \omega \text{ το οποίο ξεκινά από την κατάσταση } s \\
 \Leftrightarrow & \exists j \geq 0 \cdot M, \omega[j] \models p \quad \text{για κάθε μονοπάτι } \omega \text{ που ξεκινά από την } s \\
 & \quad \text{ή} \\
 & \exists j \geq 0 \cdot M, \omega[j] \models q \quad \text{για κάθε μονοπάτι } \omega \text{ που ξεκινά από την } s \\
 \Rightarrow & \exists j \geq 0 \cdot M, \omega[j] \models p \vee q \quad \text{για κάθε μονοπάτι } \omega \text{ που ξεκινά από την } s \\
 & \quad \text{ή} \\
 & \exists j \geq 0 \cdot M, \omega[j] \models p \vee q \quad \text{για κάθε μονοπάτι } \omega \text{ που ξεκινά από την } s \\
 \Leftrightarrow & \exists j \geq 0 \cdot M, \omega[j] \models p \vee q \quad \text{για κάθε μονοπάτι } \omega \text{ που ξεκινά από την } s \\
 \Leftrightarrow & M, \omega \models F (p \vee q) \quad \text{για κάθε μονοπάτι } \omega \text{ που ξεκινά από την } s \\
 \Leftrightarrow & M, s \models AF (p \vee q)
 \end{aligned}$$

- iii. Η πρόταση  $AF (p \vee q) \rightarrow AF p \vee AF q$  δεν αποτελεί ταυτολογία όπως φαίνεται στο πιο κάτω αντιπαράδειγμα.



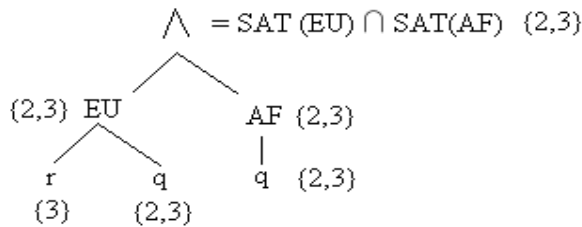
- iv. Η πρόταση **AF**  $p \wedge \mathbf{AF} q \rightarrow \mathbf{AF} (p \wedge q)$  δεν αποτελεί ταυτολογία όπως φαίνεται στο πιο κάτω αντιπαράδειγμα.



### Άσκηση 3

Ακολουθώντας τον αλγόριθμο, επαναδιατυπώνουμε τις προτάσεις χρησιμοποιώντας μόνο το επαρκές σύνολο τελεστών. Στη συνέχεια κτίζουμε το δέντρο που αντιστοιχεί στην ιδιότητα και υπολογίζουμε τις καταστάσεις που ικανοποιούν τις ιδιότητες ξεκινώντας από τα φύλλα και προχωρώντας προς τη ρίζα. Ο υπολογισμός των καταστάσεων που ικανοποιούν κάθε κόμβο του δέντρου γίνεται με την χρήση των διαδικασιών που είδαμε στις διαλέξεις (διαφάνειες 8-5 μέχρι 8-9).

- i.  $\mathbf{E}(r \mathbf{U} q) \wedge \mathbf{AF} q$



- ii.  $\mathbf{EF} \mathbf{E}(p \mathbf{U} \mathbf{AG} (q \rightarrow r)) = \mathbf{E}(\mathbf{T} \mathbf{U} \mathbf{E}(p \mathbf{U} \neg \mathbf{EF}(\neg(\neg q \vee r))))$   
 $= \mathbf{E}(\mathbf{T} \mathbf{U} \mathbf{E}(p \mathbf{U} \neg \mathbf{E}(\mathbf{T} \mathbf{U} (\neg(\neg q \vee r))))))$

