
Φροντιστήριο 6, 17/10/18

Άσκηση 1

Έστω η πρόταση $\forall x \forall y \exists z (R(x,y) \rightarrow R(y,z))$. Σε ποια από τα πιο κάτω μοντέλα ικανοποιείται;

(α) $A = \{a, b, c, d\}$, $R^A = \{(b,c), (d,a), (a,b), (d,d)\}$.

(β) $A = \{a, b, c\}$, $R^A = \{(b,c), (c,a), (a,b)\}$.

Άσκηση 2

Να αποφασίσετε κατά πόσο οι πιο κάτω σημασιολογικές συνεπαγωγές αληθεύουν αποδεικνύοντας τις απαντήσεις σας.

(α) $\forall x (P(x) \vee Q(x)) \models \forall x P(x) \vee \forall y Q(y)$

(β) $\forall x (P(x) \wedge Q(x)) \models \forall x P(x) \wedge \forall y Q(y)$

(γ) $\forall x \exists y (P(x) \rightarrow Q(y)) \models \forall x (P(x) \rightarrow \exists y Q(y))$

Άσκηση 3

(α) Να γράψετε πρόταση του κατηγορηματικού λογισμού η οποία αληθεύει σε μοντέλα που έχουν ακριβώς 3 στοιχεία.

(β) Να γράψετε πρόταση του κατηγορηματικού λογισμού η οποία αληθεύει σε μοντέλα που έχουν το πολύ 3 στοιχεία.

(γ) Είναι δυνατό να διατυπωθεί πρόταση του κατηγορηματικού λογισμού η οποία αληθεύει σε μοντέλα που έχουν πεπερασμένο αριθμό στοιχείων;