Φροντιστήριο 5

Άσκηση 1

Ένα d-διάστατο 'κουτί', διαστάσεων ($x[1]$, …, $x[d]$) ***χωρεί*** σε κάποιο άλλο κουτί, διαστάσεων ($y[1]$, …, $y[d]$) αν υπάρχει κάποια μετάθεση π του συνόλου $\{1, \ldots, d\}$, για την οποία

$$x[\pi(1)] < y[1], \ldots, x[\pi(d)]<y[d].$$

a. Να σχεδιασθεί αλγόριθμος ο οποίος με δεδομένα εισόδου δύο d-διάστατα κουτιά, αποφασίζει αν το ένα χωρεί μέσα στο άλλο.

b. Μας δίδονται n d-διάστατα κουτιά B_1, …, B_n. Να σχεδιασθεί αλγόριθμος ο οποίος βρίσκει και επιστρέφει τη μεγαλύτερη ακολουθία κουτιών

$$B_{i_1}, \ldots, B_{i_k}$$

για την οποία το κουτί B_{i_m} χωρεί μέσα στο $B_{i_{m+1}}$ για κάθε $1 \le j \le k-1$.

Να αναλυθεί η χρονική πολυπλοκότητα του αλγόριθμού σας ως προς n και d.

Άσκηση 2

Ένα τηλεπικοινωνιακό δίκτυο αποτελείται από n σταθμούς. Κάθε ζεύγος σταθμών (x,y) ενώνεται με ένα δίαυλο ο οποίος έχει αξιοπιστία $p(x,y)$, $0 \le p(x,y) \le 1$, δηλαδή, η πιθανότητα σωστής μετάδοσης κάποιου πακέτου μέσω του διαύλου είναι $p(x,y)$. Υποθέτουμε ότι όλοι οι δίαυλοι είναι ανεξάρτητοι μεταξύ τους.

Να δώσετε αποδοτικό αλγόριθμο ο οποίος, με δεδομένο εισόδου δύο κορυφές, να υπολογίζει το πιο αξιόπιστο μονοπάτι για μετάδοση πληροφοριών μεταξύ τους.

Άσκηση 3

Να δείξετε πως μπορούμε να εκφράσουμε το πρόβλημα υπολογισμού των βραχυτάτων μονοπατιών από μια πηγή σαν το πρόβλημα υπολογισμού του γινομένου μιας ακολουθίας πινάκων και ενός διανύσματος. Να εξηγήσετε την αντιστοιχία του υπολογισμού του γινομένου αυτού και του αλγορίθμου Bellman-Ford.