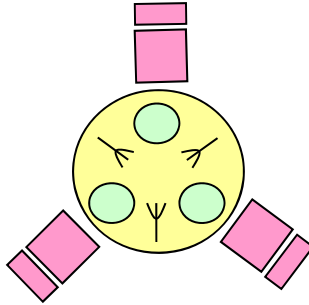


## Φροντιστήριο Επανάληψης

### Άσκηση 1

Τρεις φιλόσοφοι βρίσκονται σε μία αίθουσα και περνούν τον περισσότερο τους χρόνο σε διαλογισμό φιλοσοφικών θεωριών. Στη διπλανή αίθουσα βρίσκεται ένα τραπέζι με  $N$  καρέκλες,  $N$  πιάτα και  $N$  πιρουνία. Έτσι, όταν κάποιος φιλόσοφος πεινάσει κάθεται στην καρέκλα του, παίρνει τα δύο πιρουνία που βρίσκονται δίπλα από το πιάτο του, και τρώει. Όταν τελειώσει αφήνει τα δύο πιρουνία και επιστρέφει στην αίθουσα διαλογισμού.



Υποθέσετε υλοποίηση σχετικού αλγορίθμου ο οποίος χρησιμοποιεί τις λογικές μεταβλητές

- $l_i$ : ο φιλόσοφος  $i$  κρατά το πιρουνί στα αριστερά του  
 $r_i$ : ο φιλόσοφος  $i$  κρατά το πιρουνί στα δεξιά του

Να διατυπώσετε τις πιο κάτω ιδιότητες στη CTL.

- (α) Κανένα πιρουνί δεν χρησιμοποιείται ποτέ από περισσότερους από ένα φιλόσοφους.  
(β) Ο φιλόσοφος  $i$  θα φάει τουλάχιστον μια φορά.  
(γ) Το σύστημα των φιλοσόφων δεν θα φτάσει ποτέ σε αδιέξοδο (deadlock).  
(δ) Ο φιλόσοφος 1 θα φάει το πολύ μια φορά.

### Άσκηση 2

(α) Να δείξετε ότι οι πιο κάτω τελεστές δεν ενισχύουν την εκφραστικότητα της CTL επιδεικνύοντας ισοδύναμες CTL ιδιότητες.

- (i)  $\varphi \text{ TX } \psi$ : Την επόμενη φορά που ισχύει η ιδιότητα  $\psi$  ισχύει ταυτόχρονα και η ιδιότητα  $\varphi$ .  
(ii)  $\varphi \text{ Π } \psi$ : Αν υπάρχει κάποια μελλοντική στιγμή κατά την οποία ισχύει η ιδιότητα  $\varphi$  τότε προηγείται κάποια κατάσταση όπου αληθεύει η ιδιότητα  $\psi$ .

(β) Να αποφασίσετε ποια από τα πιο κάτω ζεύγη ιδιοτήτων της CTL είναι ισοδύναμα είτε δίνοντας την απόδειξη της ισοδυναμίας είτε δίνοντας κάποιο μοντέλο στο οποίο να ισχύει η μία από τις δύο ιδιότητες και όχι η άλλη.

- (i) **EG** ( $\varphi \vee \psi$ ) και **EG**  $\varphi \vee \text{EG } \psi$   
(ii) **AG**  $\varphi \wedge \text{AG } \psi$  και **AG** ( $\varphi \wedge \psi$ )

**Άσκηση 3**

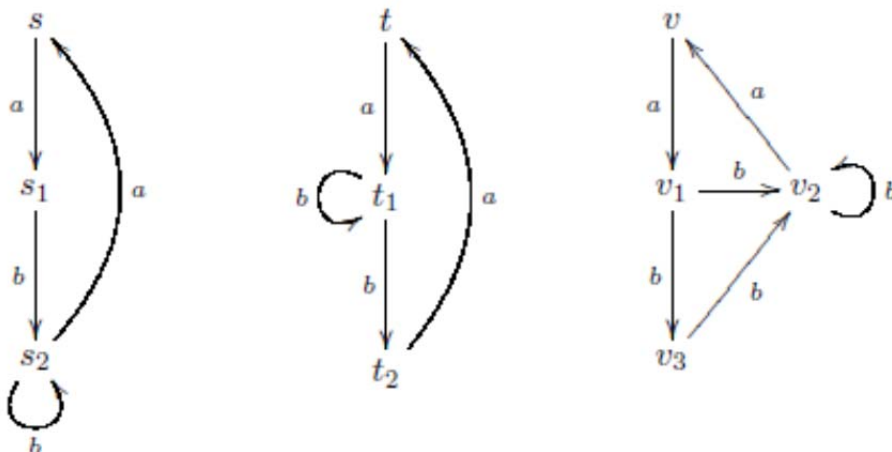
Να αποφασίσετε κατά πόσο τα πιο κάτω ζεύγη διεργασιών είναι ισχυρά ή ασθενώς ισοδύναμα αποδεικνύοντας τις απαντήσεις σας.

- |   |     |                    |
|---|-----|--------------------|
| (α) $a.\tau.Nil$  | και | $\tau.a.Nil$       |
| (β) $\tau.a.A + b.B$  | και | $\tau.(a.A + b.B)$ |
| (γ) $\tau.Nil + (a.Nil \mid \bar{a}.Nil) \setminus \{a,b\}$ | και | $\tau.Nil$         |
| (δ) $a.(\tau.Nil + b.B)$                                    | και | $a.Nil + a.b.Nil$  |

**Άσκηση 4**

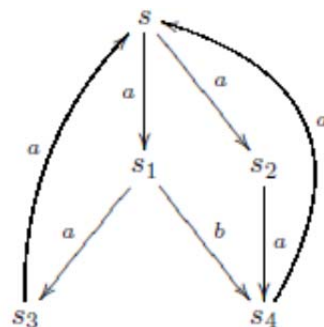
Να δείξετε ότι τα  $s$ ,  $t$  και  $v$  δεν είναι ισχυρά ισοδύναμα μεταξύ τους εντοπίζοντας ιδιότητες της λογικής HML που να ξεχωρίζουν τα πιο κάτω ζεύγη:

- (α)  $s$  και  $t$   
 (β)  $s$  και  $v$   
 (γ)  $t$  και  $v$



**Άσκηση 5**

Θεωρήστε το πιο κάτω σύστημα μεταβάσεων.



Να αποφασίσετε κατά πόσο η κατάσταση  $s$  ικανοποιεί τις HML ιδιότητες που ακολουθούν.

- (α)  $\langle a \rangle tt$
- (β)  $\langle b \rangle tt$
- (γ)  $[a] ff$
- (δ)  $[b] ff$
- (ε)  $[a] \langle b \rangle tt$
- (ζ)  $\langle a \rangle \langle b \rangle tt$
- (η)  $[a] \langle a \rangle [a] [b] ff$
- (θ)  $\langle a \rangle (\langle a \rangle tt \wedge \langle b \rangle tt)$
- (ι)  $[a] (\langle a \rangle tt \vee \langle b \rangle tt)$
- (κ)  $\langle a \rangle ([b] [a] ff \wedge \langle b \rangle tt)$

### **Άσκηση 6**

Θεωρήστε ένα σύστημα το οποίο αποτελείται από μια Μηχανή Καφέ, ένα Ερευνητή και ένα Αξιολογητή.

Η Μηχανή Καφέ στην αρχική της κατάσταση είναι μη ενεργή. Ενεργοποιείται με το πάτημα ενός κουμπιού (ενέργεια `turn_on`) και μετά από ακριβώς 2 μονάδες χρόνου είναι έτοιμη να δεχθεί εντολή για ετοιμασία καφέ (ενέργεια `coin`). Από τη στιγμή που λάβει ένα νόμισμα ξεκινά την ετοιμασία καφέ η οποία παίρνει από 3 έως 5 μονάδες χρόνου (ενέργεια `prepare_coffee`). Αφού ο καφές ετοιμαστεί είναι άμεσα διαθέσιμος στον χρήστη. Αν ο χρήστης δεν παραλάβει τον καφέ μέσα σε 10 μονάδες χρόνου (`take`) η μηχανή τίθεται εκτός λειτουργίας (`turn_off`), διαφορετικά σε μια μονάδα χρόνου επιτρέπει την εισαγωγή επόμενου νομίσματος.

Ο Ερευνητής στην αρχική του κατάσταση ενεργοποιεί την μηχανή αν αυτή είναι εκτός λειτουργίας (ενέργεια `turn_on`) και εισάγει ένα νόμισμα σε αυτή (ενέργεια `coin`). Περιμένει για διάστημα μέχρι 4 μονάδων χρόνου για να λάβει τον καφέ του (ενέργεια `take`). Από τη στιγμή που λαμβάνει τον καφέ του παράγει μια δημοσίευση μέσα σε 18 - 24 μονάδες χρόνου και επιστρέφει στην αρχική του κατάσταση.

Ο Αξιολογητής αναμένει να παρατηρήσει τουλάχιστον μία δημοσίευση κάθε 30 μονάδες χρόνου και αν όχι σημαίνει ένα σήμα συναγερμού και τερματίζει.

Να μοντελοποιήσετε τις τρεις οντότητες που απαρτίζουν το σύστημα ως χρονικά αυτόματα και να διατυπώσετε τις πιο κάτω ιδιότητες στη χρονική CTL. Για να το πετύχετε μπορείτε να αναθέσετε οποιοσδήποτε ατομικές προτάσεις επιθυμείτε στις καταστάσεις των αυτομάτων σας.

- (i) Η απόσταση χρόνου ανάμεσα σε δύο διαδοχικές δημοσιεύσεις δυνατόν να είναι μεγαλύτερη από 30 δευτερόλεπτα.
- (ii) Αν ο ερευνητής τοποθετήσει ένα νόμισμα στη μηχανή καφέ τότε θα λάβει τον καφέ του μέσα σε 6 το πολύ μονάδες χρόνου.
- (iii) Η μηχανή καφέ δεν μπορεί να είναι απενεργοποιημένη για περισσότερο από 40 μονάδες χρόνου.

- (iv) Η πάροδος χρόνου από τη στιγμή της τοποθεσίας νομίσματος και της παραλαβής καφέ δεν πρέπει να ξεπερνά τις 7 μονάδες χρόνου.

### Άσκηση 7

Να κτίσετε το σύστημα μεταβάσεων που αντιστοιχεί στη διεργασία  $(P_1 \mid P_2 \mid P_3) \setminus \{a, b, c\}$  και βάσει αυτού να προτείνετε ισοδύναμη διεργασία η οποία δεν χρησιμοποιεί τον παράλληλο τελεστή. Οι διεργασίες  $P_1 \mid P_2 \mid P_3$  ορίζονται ως

$$\begin{aligned} P_1 & \stackrel{def}{=} a.P_{11} + b.P_{12} + a.P_{12} \\ P_2 & \stackrel{def}{=} a.P_{21} + c.P_{22} \\ P_3 & \stackrel{def}{=} a.P_{31} + c.P_{32} \\ P_{11} & \stackrel{def}{=} d.P_{11} & P_{21} & \stackrel{def}{=} 0 & P_{31} & \stackrel{def}{=} a.0 \\ P_{12} & \stackrel{def}{=} d.P_{12} & P_{22} & \stackrel{def}{=} b.0 & P_{32} & \stackrel{def}{=} a.c.0 \end{aligned}$$