

## Σειρά Προβλημάτων 1

Ημερομηνία Παράδοσης: 15/02/17

### Άσκηση 1

Θεωρήστε το πιο κάτω πρωτόκολλο το οποίο επιχειρεί να πετύχει αμοιβαίο αποκλεισμό ανάμεσα σε δύο παράλληλες διεργασίες.

```
bool y1 := false, y2 := false;
int s = 1;

while true do{
  atomic{
    y1 = true;
    s = 1;}
  wait until(y2 = false OR s = 1)
  //critical section;
  y1 = false;
}

while true do
  atomic{
    y2 = true;
    s = 2;}
  wait until(y1 = false OR s = 2)
  //critical section;
  y2 = false;
}
```

- (α) Μοντελοποιήστε το πρωτόκολλο ως ένα γράφο μεταβάσεων.
- (β) Αποδώστε το σύστημα μεταβάσεων του πρωτοκόλλου γραφικά ως ένα σύστημα μεταβάσεων.
- (γ) Συζητήστε την καταλληλότητα του πρωτοκόλλου για διασφάλιση αμοιβαίου αποκλεισμού.
- (δ) Παρουσιάστε μονοπάτι χρησιμοποιώντας τη γραφική αναπαράσταση του συστήματος μεταβάσεων που κατασκευάσατε στο (β) για να δείξετε ότι, ενώ η πρώτη διεργασία επιθυμεί να εισέλθει στο κρίσιμό της τμήμα, δεν το πετυχαίνει ποτέ.
- (ε) Ποιος είναι ο ασθενέστερος τύπος δικαιοσύνης που πρέπει να επιβληθεί στο σύστημα έτσι ώστε να αποφευχθεί αυτό το φαινόμενο;

### Άσκηση 2

Έστω το σύνολο ατομικών προτάσεων  $AP = \{red, yellow, green\}$ . Με βάση τις ατομικές προτάσεις  $AP$  διατυπώστε τις πιο κάτω προτάσεις που αφορούν την κατάσταση των φώτων της τροχαίας στον χρονικό λογισμό LTL.

- (α) Το φανάρι δεν θα είναι ποτέ κόκκινο και κίτρινο ταυτόχρονα.
- (β) Αν το φανάρι γίνεται πράσινο απείρως συχνά τότε θα γίνεται κόκκινο απείρως συχνά και κίτρινο απείρως συχνά.
- (γ) Το φανάρι θα επαναλαμβάνει την πιο κάτω εναλλαγή χρωμάτων κόκκινο  $\rightarrow$  κόκκινο  $\rightarrow$  κίτρινο  $\rightarrow$  πράσινο  $\rightarrow$  κίτρινο.

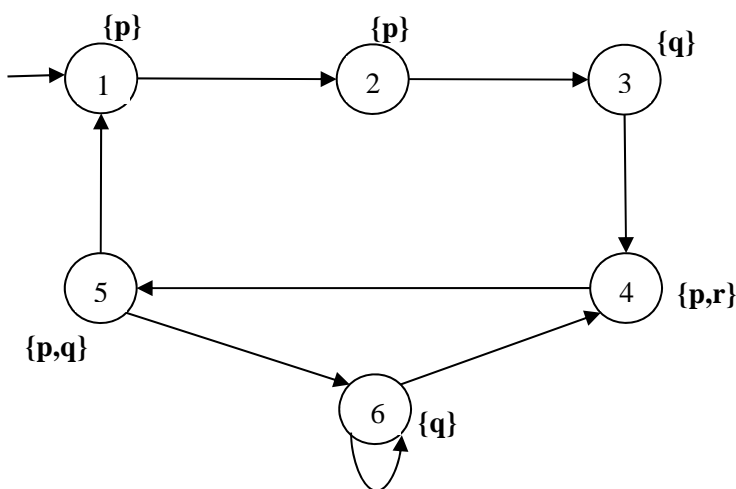
(δ) Αν κάποια στιγμή το φανάρι είναι πράσινο τότε προηγουμένα θα πρέπει σε κάποια στιγμή να υπήρξε κόκκινο και σε κάποια στιγμή κίτρινο.

(ε) Το φανάρι εναλλάσσεται ανάμεσα στα χρώματα κόκκινο, πράσινο και κίτρινο με αυτή τη σειρά έτσι ώστε κάθε χρώμα να διατηρείται σε τουλάχιστον μια κατάσταση ή και περισσότερες.

(στ) Το φανάρι εναλλάσσεται ανάμεσα στα χρώματα κόκκινο, κίτρινο, πράσινο και κίτρινο με αυτή τη σειρά έτσι ώστε κάθε χρώμα να διατηρείται σε τουλάχιστον μια κατάσταση ή και περισσότερες.

### Άσκηση 3

Θεωρήστε την ακόλουθη δομή Kripke.



Για κάθε μια από τις πιο κάτω ιδιότητες να αποφασίσετε (1) κατά πόσο υπάρχει μονοπάτι που να ικανοποιεί την ιδιότητα και, αν ναι, να επιδείξετε ένα τέτοιο μονοπάτι, και (2) κατά πόσο η δομή ικανοποιεί την ιδιότητα.

- (i)  $\mathbf{X X p}$
- (ii)  $\mathbf{F G q} \vee \mathbf{G F r}$
- (iii)  $\mathbf{G F X \neg q}$
- (iv)  $\mathbf{G ( p U (\neg p \wedge q))}$
- (v)  $\mathbf{GF (\neg p \wedge q) \rightarrow FG q}$
- (vi)  $\mathbf{FG q \rightarrow GF (\neg p \wedge q)}$

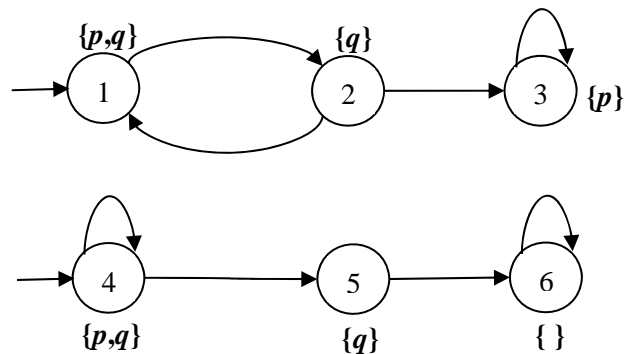
### Άσκηση 4

Δύο ιδιότητες  $\phi$  και  $\psi$  είναι ισοδύναμες μεταξύ τους,  $\phi \equiv \psi$ , αν, για κάθε δομή Kripke  $M$ ,  $M \models \phi$  αν και μόνο αν  $M \models \psi$ . Να αποφασίσετε ποια από τα πιο κάτω ζεύγη προτάσεων περιέχουν ισοδύναμες προτάσεις. Αν δύο προτάσεις είναι ισοδύναμες να δώσετε απόδειξη χρησιμοποιώντας τη σημασιολογία, διαφορετικά να παρουσιάσετε δομή Kripke στην οποία να ικανοποιείται η μία ιδιότητα αλλά όχι η άλλη.

- i.  $\mathbf{F \phi \wedge X G \phi \equiv F \phi}$
- ii.  $\mathbf{G \phi \wedge X F \phi \equiv G \phi}$
- iii.  $\mathbf{GG (\phi \vee \neg \psi) \equiv \neg F(\neg \phi \wedge \psi)}$
- iv.  $\mathbf{FG \phi \rightarrow GF \psi \equiv G (\phi U (\psi \vee \neg \phi))}$

### Άσκηση 5

Θεωρήστε την ακόλουθη δομή Kripke.



και την ιδιότητα  $fair = \mathbf{F G} (p \wedge q) \rightarrow \mathbf{G F} \neg q$  η οποία προσδιορίζει τα μονοπάτια της δομής που θεωρούνται *δίκαια*.

(α) Να περιγράψετε τα *δίκαια* μονοπάτια της δομής.

(β) Να αποφασίσετε κατά πόσο η δομή ικανοποιεί την ιδιότητα  $fair \rightarrow \varphi_i$  όπου  $\varphi_i$  κάθε μια από τις πιο κάτω LTL ιδιότητες.

- (i)  $\varphi_1 = \mathbf{F G} p$
- (ii)  $\varphi_2 = \mathbf{F G} \neg q$
- (iii)  $\varphi_3 = \mathbf{X} \neg q \rightarrow \mathbf{F G} p$
- (iv)  $\varphi_4 = q \mathbf{U G} \neg q$
- (v)  $\varphi_5 = \mathbf{X X} q \mathbf{U F} \neg q$

Σε περίπτωση που κάποια ιδιότητα δεν ικανοποιείται να δώσετε δίκαιο μονοπάτι της TS στο οποίο παραβιάζεται.