

## Σειρά Προβλημάτων 3 – Λύσεις

### Άσκηση 1

i. Οι ιδιότητες είναι ισοδύναμες. Ακολουθεί η απόδειξη.

$$M, s \models E[(\phi \wedge \psi) \cup (\neg\phi \wedge \psi)]$$

ανν  $M, w \models (\phi \wedge \psi) \cup (\neg\phi \wedge \psi)$  για κάποιο μονοπάτι  $w$  το οποίο ξεκινά από την κατάσταση  $s$

ανν  $\exists j \geq 0 . M, w^j \models (\neg\phi \wedge \psi)$  και για κάθε  $0 \leq k < j$  ισχύει  $M, w^k \models (\phi \wedge \psi)$  για κάποιο μονοπάτι  $w$  το οποίο ξεκινά από την κατάσταση  $s$

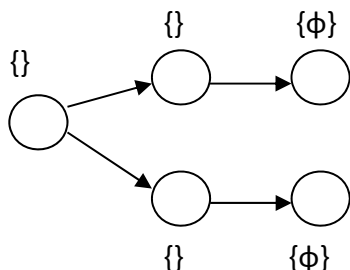
ανν  $\exists j \geq 0 . M, w^j \models (\neg\phi \wedge \psi)$  και για κάθε  $0 \leq k < j$  ισχύει  $M, w^k \models \phi$  και  $M, w^k \models \psi$  για κάποιο μονοπάτι  $w$  το οποίο ξεκινά από την κατάσταση  $s$

ανν  $\exists j \geq 0 . M, w^j \models (\neg\phi \wedge \psi)$  και για κάθε  $0 \leq k < j$  ισχύει  $M, w^k \models \psi$  για κάποιο μονοπάτι  $w$  το οποίο ξεκινά από την κατάσταση  $s$

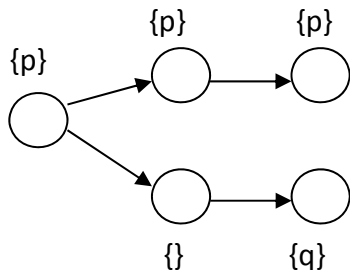
ανν  $M, w \models \psi \cup (\neg\phi \wedge \psi)$  για κάποιο μονοπάτι  $w$  το οποίο ξεκινά από την κατάσταση  $s$

$$\text{ανν } M, s \models E[\psi \cup (\neg\phi \wedge \psi)]$$

ii. Οι ιδιότητες δεν είναι ισοδύναμες και αυτό φαίνεται από το πιο κάτω αντιπαράδειγμα. Σε αυτό ικανοποιείται το δεξί μέλος αλλά όχι και το αριστερό.



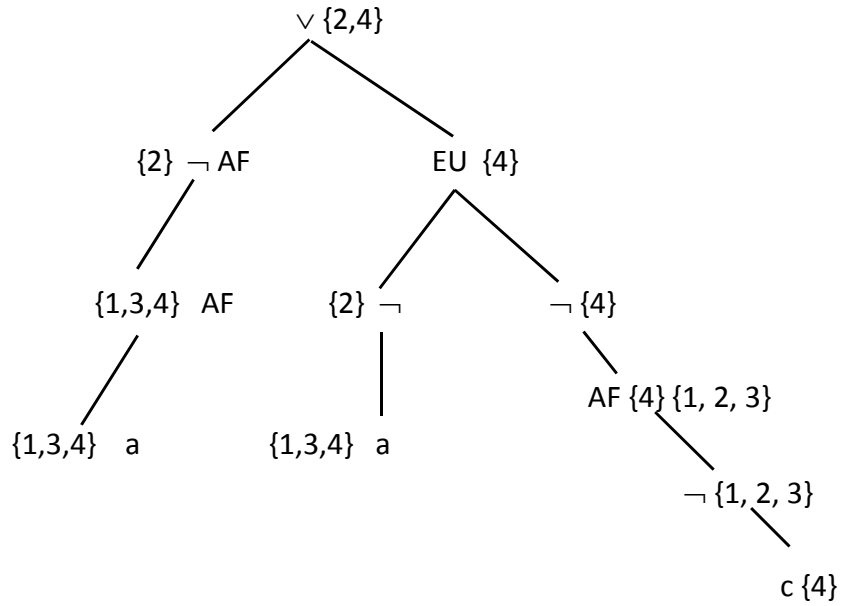
iii. Οι ιδιότητες δεν είναι ισοδύναμες και αυτό φαίνεται από το πιο κάτω αντιπαράδειγμα. Σε αυτό ικανοποιείται το αριστερό μέλος αλλά όχι και το δεξί.



### Άσκηση 2

$$(i) \text{AF } a \rightarrow E (\neg a \cup \text{EG } c) \equiv \text{AF } a \rightarrow E (\neg a \cup \neg \text{AF } \neg c) \equiv \neg \text{AF } a \vee E (\neg a \cup \neg \text{AF } \neg c)$$

Η πρόταση δεν ικανοποιείται από τη δομή αφού δεν ικανοποιείται στα μονοπάτια που ξεκινούν από την αρχική κατάσταση 1.

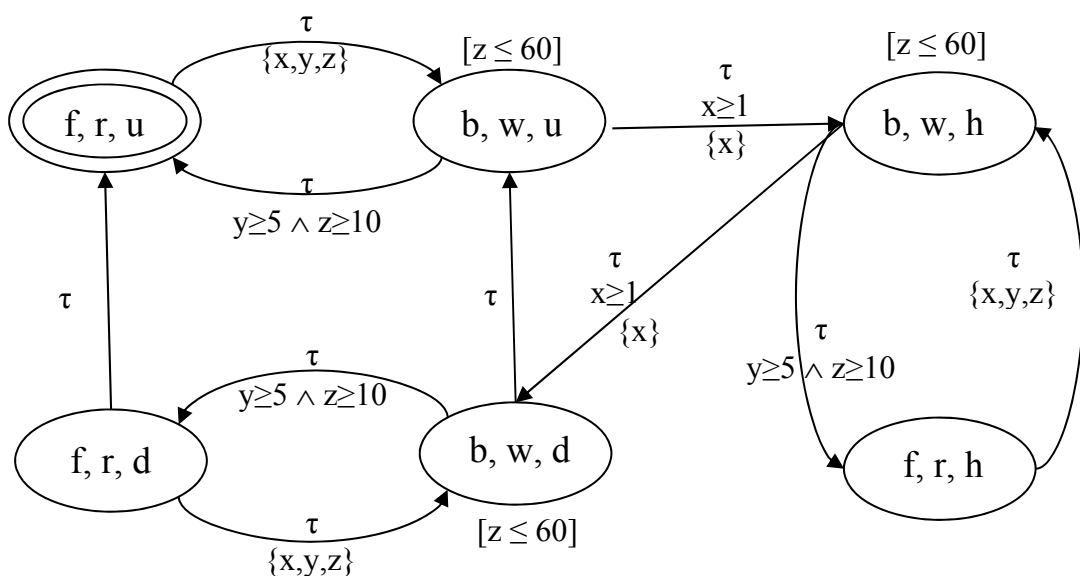


$$\begin{aligned}
 (\omega) \mathbf{A} [ \mathbf{EF} b \mathbf{U} \mathbf{AG} a ] &\equiv \mathbf{A} [ \mathbf{E}(\text{true} \mathbf{U} b) \mathbf{U} \neg \mathbf{EF} \neg a ] \equiv \mathbf{A} [ \mathbf{E}(\text{true} \mathbf{U} b) \mathbf{U} \neg \mathbf{E}(\text{true} \mathbf{U} \neg a) ] \\
 &\equiv \neg (\mathbf{E}[\neg \mathbf{E}(\text{true} \mathbf{U} \neg a) \mathbf{U} (\neg \mathbf{E}(\text{true} \mathbf{U} b) \wedge \neg \mathbf{E}(\text{true} \mathbf{U} \neg a))] \vee \mathbf{EG} \neg \mathbf{E}(\text{true} \mathbf{U} \neg a)) \\
 &\equiv \neg (\mathbf{E}[\mathbf{E}(\text{true} \mathbf{U} \neg a) \mathbf{U} (\neg \mathbf{E}(\text{true} \mathbf{U} b) \wedge \mathbf{E}(\text{true} \mathbf{U} \neg a))] \vee \mathbf{EG} \mathbf{E}(\text{true} \mathbf{U} \neg a)) \\
 &\equiv \neg (\mathbf{E}[\mathbf{E}(\text{true} \mathbf{U} \neg a) \mathbf{U} (\neg \mathbf{E}(\text{true} \mathbf{U} b) \wedge \mathbf{E}(\text{true} \mathbf{U} \neg a))] \vee \neg \mathbf{AF} \neg \mathbf{E}(\text{true} \mathbf{U} \neg a))
 \end{aligned}$$

Η πρόταση δεν ικανοποιείται από τη δομή αφού δεν ικανοποιείται στα μονοπάτια που ξεκινούν και από τις 2 αρχικές καταστάσεις. Η σχετική απόδειξη μέσω σχήματος παραλείπεται.

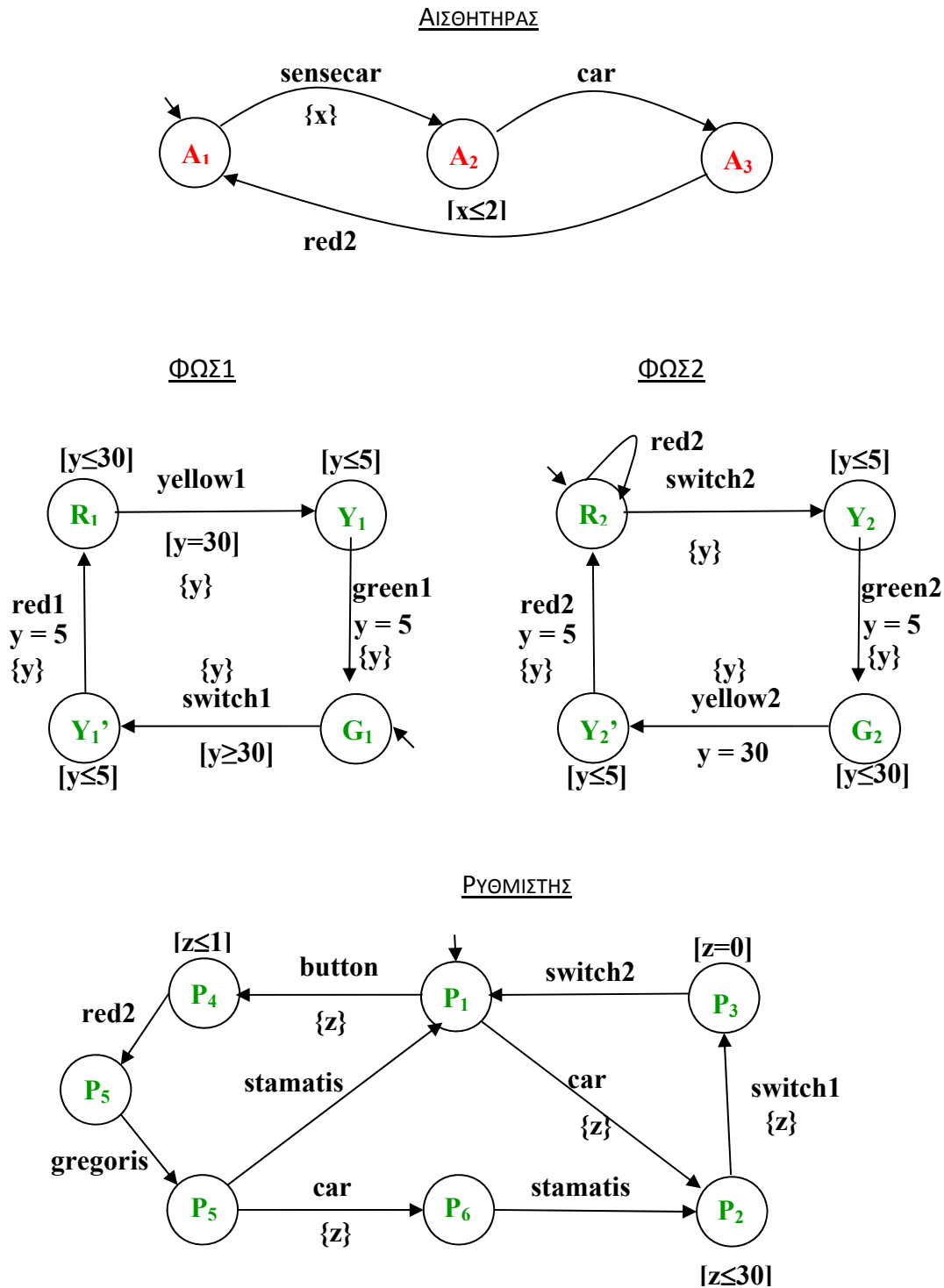
### Άσκηση 3

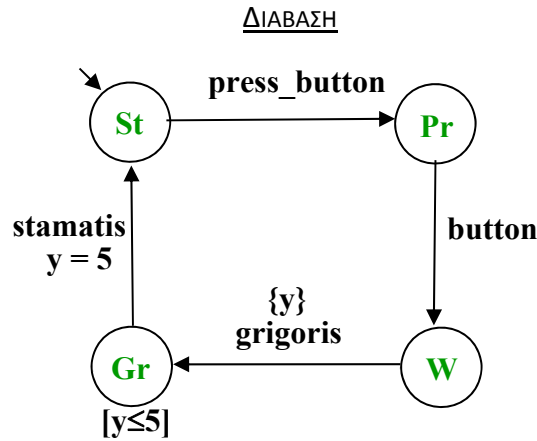
Η σύνθεση των αυτομάτων οδηγεί στο πιο κάτω αυτόματο:



**Άσκηση 4**

(α) Ακολουθεί η περιγραφή των οντοτήτων που απαρτίζουν το σύστημα ως χρονικά αυτόματα.





Σημειώστε ότι στην πιο πάνω μοντελοποίηση υποθέσαμε ότι η διάβαση παραμένει πράσινη για 5 μονάδες χρόνου. Επίσης, ο ρυθμιστής ανταποκρίνεται στο πάτημα του κουμπιού της διάβασης μέσα σε 1 μονάδα χρόνου, δεδομένου ότι η διαδικασία ανάμματος του  $\Phi\omega\varsigma_2$  δεν είναι ενεργή και το  $\Phi\omega\varsigma_2$  είναι κόκκινο.

(β) Υποθέτουμε ότι οι καταστάσεις των χρονικών αυτομάτων συνδέονται με ατομικές προτάσεις όπως φαίνεται πιο κάτω.

Label( $R_1$ ) = {red<sub>1</sub>}, Label( $Y_1$ ) = Label( $Y_1'$ ) = {yellow<sub>1</sub>}, Label( $G_1$ ) = {green<sub>1</sub>}  
 Label( $R_2$ ) = {red<sub>2</sub>}, Label( $Y_2$ ) = Label( $Y_2'$ ) = {yellow<sub>2</sub>}, Label( $G_2$ ) = {green<sub>2</sub>}  
 Label( $A_2$ ) = {car}, Label(Gr) = {grigoris}, Label(Pr) = {buttonpress}

(i) Κάθε 100 δευτερόλεπτα το  $\Phi\omega\varsigma_2$  θα γίνεται κόκκινο.

$\mathbf{AF}^{\leq 100} red_2 \wedge [\mathbf{AG} ((\neg red_2 \wedge \mathbf{AF}^{\leq 1} red_2) \rightarrow \mathbf{AF}^{\leq 100} (\neg red_2 \wedge \mathbf{AF}^{\leq 1} red_2))]$

(ii) Η διάβαση επιτρέπει τη διασταύρωση του δρόμου μόνο εφόσον το  $\Phi\omega\varsigma_2$  είναι κόκκινο.

$\mathbf{AG} ( grigoris \rightarrow red_2 )$

(iii) Αν πατηθεί το κουμπί της διάβασης τότε η διασταύρωση του δρόμου θα είναι επιτρεπτή μέσα σε 30 δευτερόλεπτα.

$\mathbf{AG} ( buttonpress \rightarrow \mathbf{AF}^{\leq 30} grigoris )$