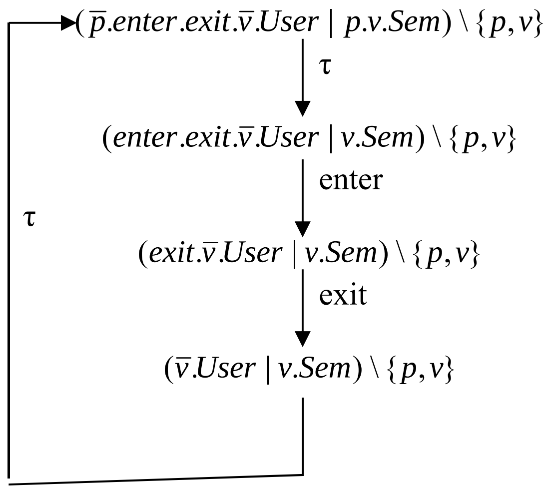
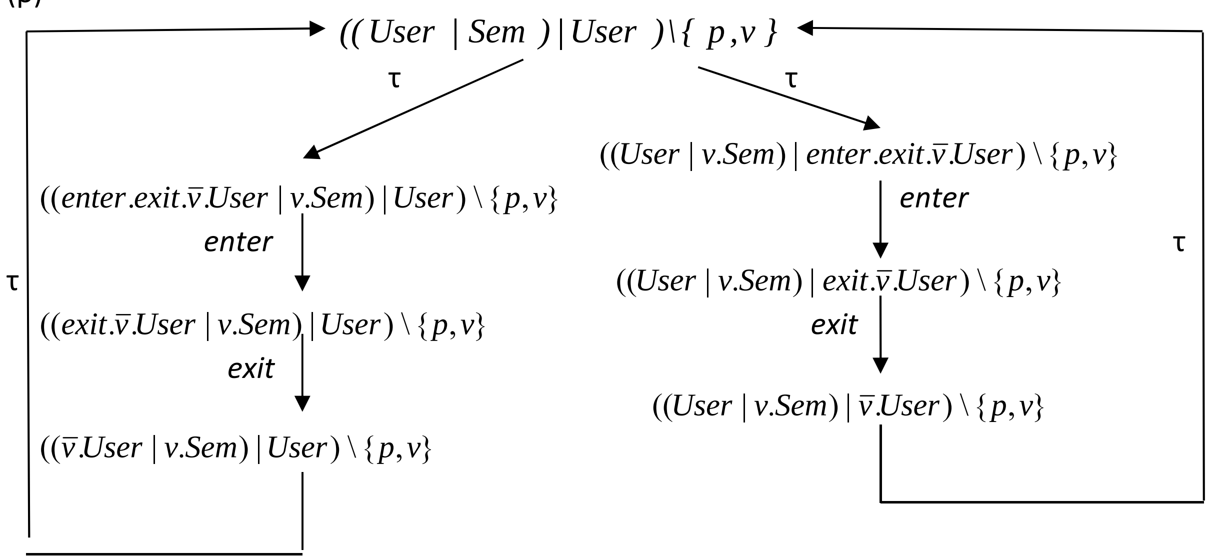
Σειρά Προβλημάτων 5 – Λύσεις

<u>Άσκηση 1</u>

(α)



(β)



Αν ο χρήστης ήταν $\overline{p}.enter.\overline{v}.exit.User$, τότε ο δεύτερος χρήστης του συστήματος θα μπορούσε να μπει στην κρίσιμη περιοχή πριν βγει ο πρώτος (και αντίστροφα). Δηλαδή θα υπήρχε εκτέλεση όπου θα παρατηρούσαμε δύο enter πριν οποιοδήποτε exit.

(γ) Το σύστημα μεταβάσεων είναι παρόμοιο με αυτό από το μέρος (β), με τη διαφορά ότι υπάρχει περίπτωση ο ένας χρήστης να τερματίσει την εκτέλεσή του και στο σύστημα να παραμείνει μόνος ένα ενεργός χρήστη. Σε αυτό την περίπτωση το σύστημα συμπεριφέρεται όπως και αυτό στο μέρος (α).

Εντούτοις έχουμε ότι FMutex ~ Mutex_2 εφόσον η παρουσία ενός ή δύο χρηστών δεν γίνεται αντιληπτή από το περιβάλλον του συστήματος που απλά παρατηρεί τα γεγονότα *enter* και *exit*.

Άσκηση 2

(α) Θα δείξουμε ότι οι διεργασίες $P \mid R$ και $Q \mid R$ όπου $P \sim Q$ είναι ισχυρά ισοδύναμες μεταξύ τους. Έστω η σχέση

$$\Sigma = \{(\mathrm{P} \mid \mathrm{R}, \mathrm{Q} \mid \mathrm{R}) \mid P \sim Q, R \in Proc\}$$

Έστω $(\mathrm{S}, \mathrm{T}) \in \Sigma$, S = P | Q και T= Q | R, για κάποιες διεργασίες P, Q και R, όπου $P \sim Q$, και $\mathrm{S} \xrightarrow{\alpha} \mathrm{S}'$ για κάποια ενέργεια α. Τότε:

- $Αν$ $P \xrightarrow{\alpha} \mathrm{P}'$ τότε, αφού $P \sim Q$, έχουμε ότι $Q \xrightarrow{\alpha} \mathrm{Q}'$ και $P' \sim Q'$. Επομένως, $T \xrightarrow{\alpha} Q'|R = \mathrm{T}'$, όπου προφανώς $(S', T') \in \Sigma$.
- $Αν$ $R \xrightarrow{\alpha} \mathrm{R}'$ και $\mathrm{S}' = P| R'$, τότε $\mathrm{T} \xrightarrow{\alpha} \mathrm{Q}|\mathrm{R}' = \mathrm{T}'$, όπου $(S', T') \in \Sigma$
- $Αν$ $\alpha = \tau$, $R \xrightarrow{b} R'$ και $P \xrightarrow{\bar{b}} \mathrm{P}'$, τότε $Q \xrightarrow{\bar{b}} \mathrm{Q}'$, $P' \sim Q'$, και επομένως $T \xrightarrow{\tau} Q'|R = \mathrm{T}'$, όπου $(S', T') \in \Sigma$.

Παρόμοια, μπορεί να αναλυθεί και η αντίθετη κατεύθυνση.

(β) Θα δείξουμε ότι οι διεργασίες $P \setminus L$ και $Q \setminus L$ όπου $P \approx Q$ είναι ασθενώς ισοδύναμες μεταξύ τους. Έστω η σχέση

$$\Sigma = \{(\mathrm{P} \setminus \mathrm{L}, \mathrm{Q} \setminus \mathrm{L}) \mid P \approx Q\}$$

Έστω $(\mathrm{S}, \mathrm{T}) \in \Sigma$, S = $P \setminus L$ και T= $Q \setminus L$ για κάποιες διεργασίες P, Q όπου $P \approx Q$, και $\mathrm{S} \xrightarrow{\alpha} \mathrm{S}'$ για κάποια ενέργεια α. Τότε:

- $P \xrightarrow{\alpha} \mathrm{P}'$ και η ενέργεια α δεν αποτελεί ούτε είσοδο ούτε έξοδο σε κάποια κανάλι a $\in$ L. Αφού $P \approx Q$, $Q \stackrel{\hat{\alpha}}{\Rightarrow} Q'$, όπου $P' \approx Q'$. Επομένως, $T = Q \setminus L \stackrel{\hat{\alpha}}{\Rightarrow} Q' \setminus L = T'$, και (S',T') $\in$Σ.

Παρόμοια, μπορεί να αναλυθεί και η αντίθετη κατεύθυνση και το ζητούμενο έπεται.

Άσκηση 3

Θεωρούμε όλα τα δυνατά ζεύγη:

(s,t) Οι διεργασίες δεν είναι ισοδύναμες.

Ιδιότητα που τις διαχωρίζει είναι η $\langle a\rangle\langle b\rangle(\langle a\rangle \mathrm{tt} \wedge \langle b\rangle \mathrm{tt})$. Η ιδιότητα αυτή ικανοποιείται από την s αλλά όχι από την t.

(s,u) Οι διεργασίες είναι ισοδύναμες. Σχέση ισοδυναμίας που τις συνδέει είναι η:

R = $\{(s,u), (s_1,u_1), (s_2,u_2), (s_2,u_3)\}$

(s,v) Οι διεργασίες δεν είναι ισοδύναμες.

Ιδιότητα που τις διαχωρίζει είναι η $\langle a\rangle\langle b\rangle([b]\mathrm{ff})$. Η ιδιότητα αυτή ικανοποιείται από την v αλλά όχι από την s.

(t,u) Οι διεργασίες δεν είναι ισοδύναμες.

Ιδιότητα που τις διαχωρίζει είναι η $\langle a\rangle\langle b\rangle(\langle a\rangle \mathrm{tt} \wedge \langle b\rangle \mathrm{tt})$. Η ιδιότητα αυτή ικανοποιείται από την u αλλά όχι από την t.

(t,v) Οι διεργασίες είναι ισοδύναμες. Σχέση ισοδυναμίας που τις συνδέει είναι η:

R = $\{(t,v), (t_1,v_1), (t_2,v_3), (t_1,v_2)\}$

(u,v) Οι διεργασίες δεν είναι ισοδύναμες.
Ιδιότητα που τις διαχωρίζει είναι η $\langle a\rangle\langle b\rangle([b]\mathrm{tt})$. Η ιδιότητα αυτή ικανοποιείται από την v αλλά όχι από την u.

<u>Άσκηση 4</u>

(α) Η σημασιολογία του ζητούμενου τελεστή δίνεται από τους πιο κάτω κανόνες:

$$\Delta 1 \quad \frac{P \xrightarrow{a} P'}{P \,\Delta\, Q \xrightarrow{a} P' \,\Delta\, Q} \qquad\qquad \Delta 2 \quad \frac{Q \xrightarrow{a} Q'}{P \,\Delta\, Q \xrightarrow{a} Q'}$$

Σύμφωνα με τον κανόνα Δ1, η διεργασία *P* εκτελείται κανονικά αλλά ανά πάσα στιγμή (κανόνας Δ2) μπορεί να διακοπεί από τη διεργασία *Q.*

(β) Η ισότητα (*P* Δ *Q*) Δ R = (*P* Δ *R*) Δ *Q* είναι ψευδής. Για παράδειγμα, αν επιλέξουμε

P = a.P’, *Q = b.Q’* και *R = c.c.R’*

Παρατηρούμε ότι $(P \,\Delta\, Q) \,\Delta\, R \xrightarrow{c} c.R'$ και $(P \,\Delta\, R) \,\Delta\, Q \xrightarrow{c} c.R' \,\Delta\, Q$, και ενώ $c.R' \,\Delta\, Q \xrightarrow{b} Q'$, $\neg(c.R' \xrightarrow{b})$.

<u>Άσκηση 5</u>

(α) Οι διεργασίες P_1 και P_2 ορίζονται όπως φαίνεται πιο κάτω. Οι μεταβλητές T[1] και T[2] παρουσιάζονται μέσω επίσης πιο κάτω μέσω δύο εξισώσεων η κάθε μια όπου γράφοντας T_i^j αναφερόμαστε στην μεταβλητή T[i] η οποία έχει τιμή ίση με j.

$$P_1 \stackrel{def}{=} \overline{write_1^1}..read_2^0.enter.exit.\overline{write_1^0}.User$$

$$P_2 \stackrel{def}{=} \overline{write_2^1}.read_1^0.enter.exit.\overline{write_2^0}.User$$

$$T_1^0 \stackrel{def}{=} write_1^1.T_1^1 + write_1^0.T_1^0 + \overline{read_1^0}.T_1^0$$

$$T_1^1 \stackrel{def}{=} write_1^0.T_1^0 + write_1^1.T_1^1 + \overline{read_1^1}.T_1^1$$

$$T_2^0 \stackrel{def}{=} write_2^1.T_2^1 + write_2^0.T_2^0 + \overline{read_2^0}.T_2^0$$

$$T_2^1 \stackrel{def}{=} write_2^0.T_2^0 + write_2^1.T_2^1 + \overline{read_2^1}.T_2^1$$

Το σύστημα ορίζεται ως την παράλληλη σύνθεση των δύο διεργασιών, των δύο μεταβλητών αρχικοποιημένων με 0, και με όλα τα κανάλια εκτός από τα enter (εισαγωγή στο κρίσιμο τμήμα) και exit (έξοδος από το κρίσιμο τμήμα) να βρίσκονται στο σύνολο περιορισμού.

$$System \stackrel{def}{=} (P_1 \mid P_2 \mid T_1^0 \mid T_2^0) \setminus \{write_1^1, write_1^0, read_1^1, read_1^0, write_2^1, write_2^0, read_2^1, read_2^0\}$$

(β) Ο έλεγχος για αμοιβαίο αποκλεισμό γίνεται με έλεγχο ύπαρξης ασθενούς ισοδυναμίας ανάμεσα στο System και την πιο κάτω διεργασία:

$$Spec \stackrel{def}{=} enter.exit.Spec$$

Ελέγχοντας την ισοδυναμία αυτή μπορούμε να δείξουμε ότι το πρωτόκολλο είναι δυνατόν να εμφανίσει αδιέξοδο και επομένως δεν είναι ισοδύναμο με το *Spec.*