ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

ΕΠΛ 211: Θεωρία Υπολογισμού

Ενδιάμεση Εξέταση

Ημερομηνία : Πέμπτη, 1 Νοεμβρίου 2018
Διάρκεια : 10.30 – 12.00
Διδάσκουσα : Άννα Φιλίππου

Ονοματεπώνυμο:

Αριθμός Ταυτότητας:

Οδηγίες:

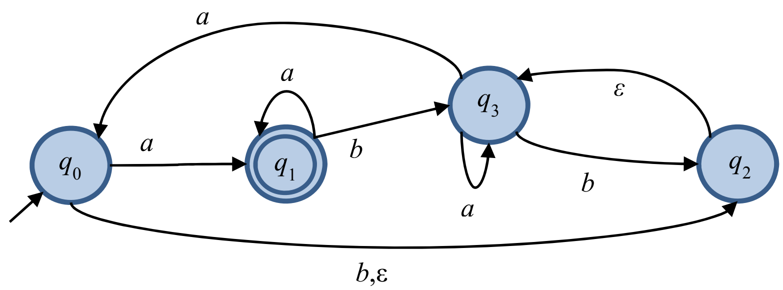
- Να διαβάσετε προσεχτικά και να απαντήσετε σε όλες τις ερωτήσεις. Να γράψετε τις απαντήσεις σας (καθαρά) στον χώρο που σας δίνεται στο εξεταστικό δοκίμιο. Αν χρειάζεστε επιπρόσθετο χώρο μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την τελευταία σελίδα του δοκιμίου. Σε τέτοια περίπτωση δηλώστε καθαρά το σημείο στο οποίο βρίσκεται η συνέχεια της άσκησης. Αν βρεθείτε σε αδιέξοδο εξηγήστε τι προσπαθείτε να κάνετε ώστε, ενδεχομένως, να κερδίσετε κάποιες μονάδες.
- Ο πιο κάτω πίνακας δηλώνει την κατανομή των μονάδων στα θέματα. Το πλήθος των μονάδων δεν αποτελεί μέτρο δυσκολίας: είναι δυνατό δυσκολότερο πρόβλημα να αποφέρει λιγότερες μονάδες.

Καλή Επιτυχία!

Πρόβλημα	Μονάδες	Βαθμός
1	30	
2	20	
3	35	
4	15	
Σύνολο	100	

<u>Πρόβλημα 1</u> [30 μονάδες]

(α) **[7 μονάδες]** Θεωρήστε το πιο κάτω μη ντετερμινιστικό αυτόματο.



Να παρουσιάσετε το αυτόματο με τον τυπικό του ορισμό θεωρώντας ότι το αλφάβητό του είναι το σύνολο $\{a,b\}$. Να δείξετε ότι το αυτόματο αποδέχεται τη λέξη *aabbaa* παρουσιάζοντας τη σχετική ακολουθία καταστάσεων που οδηγεί σε αποδοχή.

(β) **[13 μονάδες]** Να μετατρέψετε το NFA αυτόματο από το μέρος (α) σε ένα ισοδύναμο ντετερμινιστικό αυτόματο (DFA) χρησιμοποιώντας την κατασκευή που μελετήσαμε στο μάθημα.

(γ) **[10 μονάδες]** Να κατασκευάσετε αυτόματο που να αποδέχεται τη γλώσσα $(A\bar{A})^*$, όπου A η γλώσσα του αυτόματου από το μέρος (β) και $\bar{A}$ το συμπλήρωμα της γλώσσας A.

[Υπενθύμιση: Για μια γλώσσα A επί του αλφάβητου Σ, το συμπλήρωμα $\bar{A}$ της γλώσσας A είναι το σύνολο των λέξεων επί του αλφάβητου Σ που *δεν* ανήκουν στη γλώσσα A. Τυπικά $\bar{A} = \{w \in \Sigma^* | w \notin A\}$.]

<u>Πρόβλημα 2</u> [20 μονάδες]

Θεωρήστε τη γλώσσα

$$L_1 = \{\ u\#v \mid u,\ v \in \{a,b\}^*,\ |u|_a = |v|_a\ \}$$

όπου για μια λέξη w συμβολίζουμε ως $|w|_a$ το πλήθος των a στη w. Με λόγια, η γλώσσα L_1 περιέχει όλες τις λέξεις οι οποίες έχουν τη μορφή $u\#v$, όπου οι λέξεις u και v αποτελούν λέξεις επί του αλφάβητου $\{a,b\}$ και περιέχουν τον ίδιο αριθμό από a. Για παράδειγμα, οι λέξεις *abbb#ab*, # και *baba#aa* ανήκουν στη γλώσσα, ενώ οι λέξεις *#aa#aa* και *aabb#aaab* δεν ανήκουν στη γλώσσα.

(α) **[10 μονάδες]** Να κατασκευάσετε ασυμφραστική γραμματική η οποία να παράγει τη γλώσσα L_1. Να εξηγήσετε τη λειτουργία της γραμματικής σας άτυπα αλλά με σαφήνεια.

(β) **[10 μονάδες]** Να επεκτείνετε τη γραμματική σας από το σκέλος (α) έτσι ώστε να κατασκευάσετε μια καινούρια γραμματική η οποία να παράγει τη γλώσσα L_2:

$$L_2 = \{\ u\#v \mid u,\ v \in \{a,b\}^*,\ |u|_a \neq |v|_a\ \}$$

<u>Πρόβλημα 3</u> [35 μονάδες]

Θεωρήστε τη γλώσσα

$$L_3 = \{ a^i b^j c^k d^m \mid i, j, k, m \geq 0 \text{ και } i + j = k + m, j \neq k \}$$

(α) **[17 μονάδες]** Να αποδείξετε ότι η γλώσσα L_3 *δεν* είναι κανονική συμπληρώνοντας κατάλληλα τα κενά στην πιο κάτω ελλιπή απόδειξη:

Υποθέτουμε για να φτάσουμε σε αντίφαση ότι η L_3 είναι κανονική. Από το Λήμμα της Άντλησης, συνεπάγεται ότι υπάρχει ακέραιος p, το μήκος άντλησης της γλώσσας, τέτοιος ώστε κάθε λέξη $w \in L_3$, με μήκος $|w| \geq p$, μπορεί να γραφτεί ως $w = xyz$ έτσι ώστε (i) $|xy| \leq p$, (ii) $|y| > 0$ και (iii) για κάθε ακέραιο $i \geq 0$, η λέξη $xy^iz \in L_3$.

Επιλέγουμε τη λέξη w = ____ .

Προφανώς $|w|$ = ________________________ $\geq p$.

Από τις συνθήκες (i) και (ii) έπεται ότι

x = _________________________________ ,

y = _________________________________ ,

z = _________________________________ ,

όπου ____ .

Επιλέγουμε i = ____________ .

Τότε xy^iz = ____ .

Παρατηρούμε ότι ____

____

____

____

____

Αυτό μας οδηγεί σε αντίφαση και επομένως η γλώσσα L_3 είναι μη κανονική.

(β) **[18 μονάδες]** Να αποδείξετε ότι η γλώσσα L_3 είναι ασυμφραστική επιδεικνύοντας ένα αυτόματο στοίβας που να την αναγνωρίζει.

Να εξηγήσετε τη λειτουργία του αυτόματού σας άτυπα αλλά με σαφήνεια.

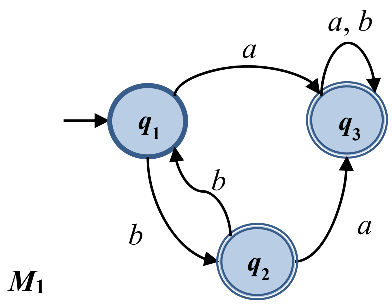
<u>Πρόβλημα 4</u> [15 μονάδες]

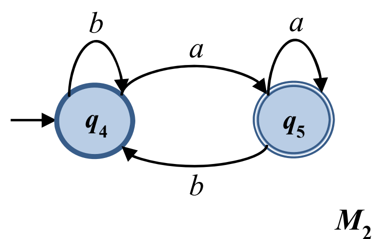
Έστω δύο γλώσσες A και B επί του αλφάβητου $\{a,b\}$. Ορίζουμε ως $A \blacklozenge B$ την πιο κάτω γλώσσα:

$$A \blacklozenge B = \{ xy \mid x \in A,\ y \in B,\ |x|_a = |y|_a \}$$

όπου για μια λέξη w συμβολίζουμε ως $|w|_a$ το πλήθος των a στη w. Με λόγια, η γλώσσα $A \blacklozenge B$ περιέχει όλες τις λέξεις που αποτελούν τη συναρμογή μίας λέξης από το A με μία λέξη από το B, όπου οι δύο λέξεις περιέχουν τον ίδιο αριθμό από a. Για παράδειγμα, για $A = \{a, b, ab, ba, aba\}$ και $B = \{a, ab, bb, aba\}$ έχουμε $A \blacklozenge B = \{aa, aab, bbb, aba, abab, baa, baab, abaaba\}$.

(α) **[7 μονάδες]** Θεωρήστε τα πιο κάτω αυτόματα M_1 και M_2. Να παρουσιάσετε αυτόματο στοίβας M το οποίο να αποδέχεται τη γλώσσα $L(M_1) \blacklozenge L(M_2)$ όπου $L(M_1)$ η γλώσσα του αυτόματου M_1 και $L(M_2)$ η γλώσσα του αυτόματου M_2.





(β) **[8 μονάδες]** Γενικεύστε τις παρατηρήσεις σας από το μέρος (α) για να επιχειρηματολογήσετε ότι αν δύο γλώσσες A και B είναι κανονικές τότε η γλώσσα $A \blacklozenge B$ είναι ασυμφραστική.

ΕΠΙΠΡΟΣΘΕΤΟΣ ΧΩΡΟΣ 1

ΕΠΙΠΡΟΣΘΕΤΟΣ ΧΩΡΟΣ 2